Auxiliar 10

Fuerzas conservativas, puntos de equilibrio y pequeñas oscilaciones

Profesora: Patricio Aceituno
Auxiliares: Gaspar De la Barrera, Fernanda Padró, Rodrigo Rojas Sanhueza
Ayudantes: Gerd Hartmann, Constanza Rodriguez

P1. Fuerzas conservativas

Considere un anillo de masa m que se puede mover libremente (sin roce) a lo largo de una barra horizontal de largo D, bajo la acción de un campo de fuerza descrito por la siguiente expresión:

$$\vec{F} = F_0 \sin(2\pi x/D)\hat{x}$$

a) Muestre que la fuerza es conservativa

b) Encuentre el potencial correspondiente a esta fuerza

c) Si la partícula parte en $x_0 = D/4$ ¿Cuál es la velocidad mínima que necesita para llegar al extremo derecho de la barra?

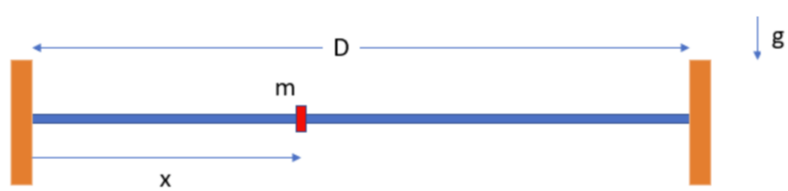


Figura 1: Sistema donde se mueve la masa.

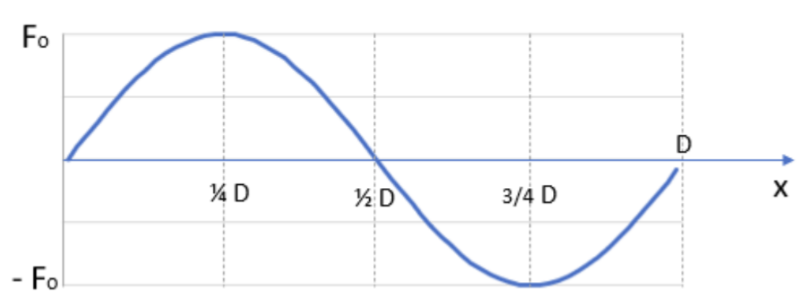


Figura 2: Forma de la fuerza $F(x)$.

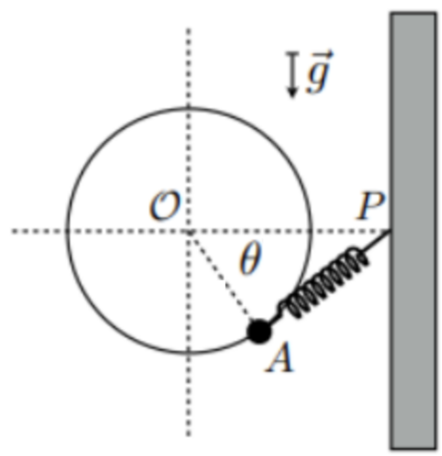
P2. Puntos de equilibrio

Un anillo A de masa m desliza en presencia de gravedad a lo largo de un alambre circular de radio R centrado en $\mathcal{O}$. El anillo está unido a un punto fijo P a través de un resorte de constante elástica k y de largo natural αR con α siendo constante. El punto fijo P está a la derecha de $\mathcal{O}$ a una distancia $\sqrt{2}R$, tal como se muestra en la figura:

a) Determina la forma del potencial U del sistema como función del ángulo θ.

b) Para $\alpha = 1$ y $g = 0$ determine la posición y naturaleza de todos los puntos de equilibrio del sistema.

c) [**Propuesto**] Vuelva a considerar $g \neq 0$. Determine el valor de α para que el punto $\theta = \pi/4$ sea un punto de equilibrio estable.



P3. Pequeñas oscilaciones

Una partícula de masa m se mueve bajo la influencia de un potencial de la forma:

$$V(x) = -Cx^n e^{-ax}$$

Encuentre la frecuencia de pequeñas oscilaciones cerca del punto de equilibrio.