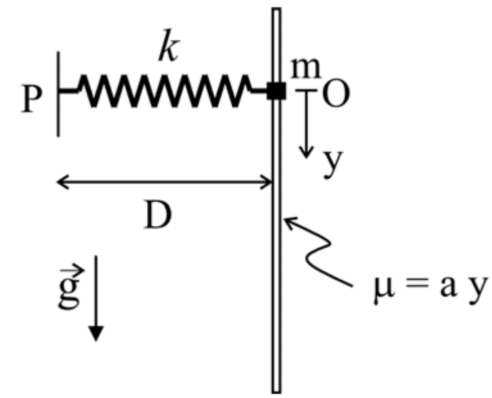
FI21A Mecánica, Semestre Otoño 2006
Profesor: P. Aceituno.
Fecha: 24/5/2006

Control 2

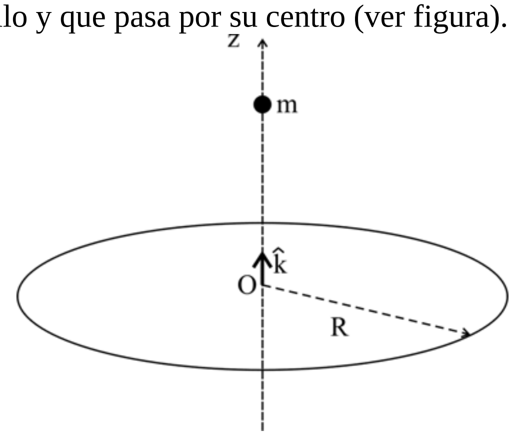
1. Un anillo de masa m se encuentra inserto en una barra vertical. El anillo está unido mediante un resorte ideal de constante elástica k y largo natural **nulo** a un punto fijo P ubicado a una distancia D de la barra. El anillo está inicialmente en reposo en el punto O, tal que el resorte se encuentra horizontal (ver figura). La rugosidad de la barra aumenta desde el punto O hacia abajo, de un modo tal que el coeficiente de roce cinético cambia en la forma $\mu = a\ y$, donde a es una constante positiva conocida e y es la distancia medida desde el punto O hacia abajo.

a) Muestre que la fuerza normal ejercida por la barra sobre el anillo es constante y determine su valor.
b) Determine hasta qué distancia y_{max} desciende el anillo.
c) Calcule el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el anillo en el recorrido descrito en la parte b).



2. Considere un cuerpo en el espacio, cuya masa M está uniformemente distribuida en forma de un anillo de radio R. Una partícula de masa m se encuentra atrapada por la fuerza de atracción gravitacional que ejerce este cuerpo anular, moviéndose a lo largo de la línea recta perpendicular al plano del anillo y que pasa por su centro (ver figura).

a) Demostrar que la fuerza de atracción gravitacional que el anillo ejerce sobre la partícula tiene la expresión:
$$\vec{F}(z) = -\frac{GMm\,z}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}\hat{k}\,,$$
donde la coordenada z y $\hat{k}$ se indican en la figura.
b) Si la partícula se libera desde el reposo en $z = R$, calcule su velocidad cuando cruza el plano del anillo ($z=0$).
c) Si partícula estuviera en reposo en la posición de equilibrio (z=0), calcule el periodo de las oscilaciones que se producen al dar un pequeño impulso a la partícula en dirección perpendicular al plano del anillo.



Nota: calcule la componente de la fuerza de atracción en la dirección $\hat{k}$ generada por un elemento dM del anillo, y luego integre sobre el anillo para calcular la fuerza total de atracción.

3. Una partícula de masa *m* se mueve por el interior de un cono vacío de semi-ángulo α. La partícula está atada a una cuerda ideal cuyo otro extremo pasa por un orificio ubicado en el vértice del cono. En la condición inicial la partícula describe un movimiento circular uniforme manteniendo una distancia L respecto del vértice del cono.

a) Determine la rapidez mínima que hay que dar a la partícula en la condición inicial para que se mantenga en contacto con la superficie interior del cono. (2 ptos.)

b) A partir de la condición de a) se recoge muy lentamente la cuerda a través del orificio hasta que la distancia de la partícula al vértice se reduce a *L/2*. A partir de entonces la partícula permanece en movimiento circular. Para esa condición final determine la rapidez de la partícula y las magnitudes de la tensión de la cuerda y de la fuerza normal que la pared del cono ejerce sobre la partícula (4 ptos).