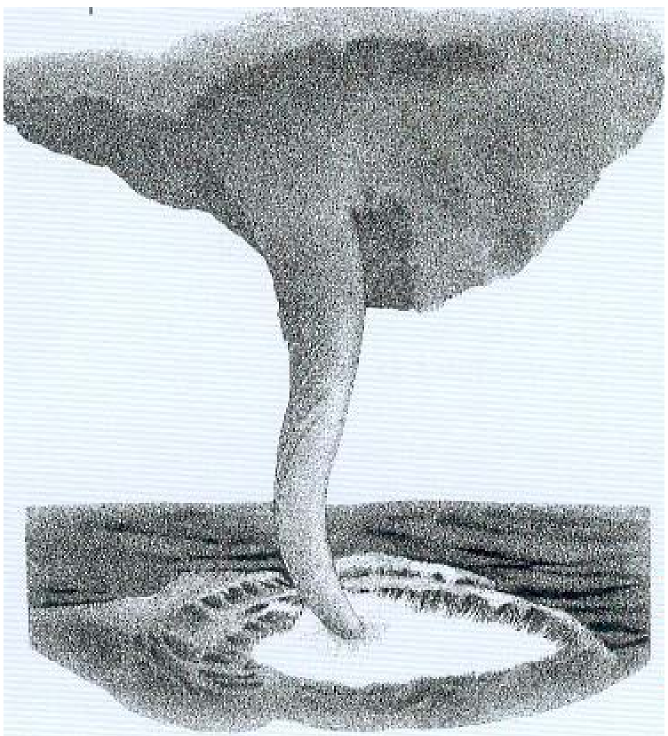
UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA

Curso: Mecánica (FI-21A)

Listado de ejercicios



Patricio Aceituno y Francisco Brieva

RE-IMPRESION DE VERSION ORIGINAL PUBLICADA EN 1989

marzo 2007

INTRODUCCION

Los ejercicios que aquí se presentan corresponden a una ampliación de la lista de problemas incluida en los apuntes del curso Mecánica (FI-21A), publicados originalmente en 1989.Esta asignatura es parte del programa del tercer semestre del Plan Común de la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile. Se supone que en este nivel los estudiantes tienen los conocimientos básicos de cálculo, geometría y álgebra lineal que se requieren para abordar las materias de este curso.

En la elaboración de estos problemas contribuyeron numerosos profesores que han dictado este curso en la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile (Hugo Arellano, Marco Antonio Béjar, Rafael Benguria, Francisco Brieva, Enrique Cordaro, Patricio Cordero, Claudio González, Lincoyán González, José Inostroza, Hernán Lira, José Solorza, Rodrigo Soto, Romualdo Tabensky, Constantino Utreras, Emilio Vera, Jorge Zanelli y Patricio Aceituno).

Se han distribuido los ejercicios en 7 secciones. El número entre paréntesis indica el número de ejercicios en cada sección: A: Cinemática (43); B: Dinámica (91); C: Trabajo y Energía (17); D: Fuerzas centrales y movimientos planetarios (23); E: Pequeñas oscilaciones alrededor de puntos de equilibrio (11); F: Movimiento relativo (36); Sistemas de partículas y sólidos (43). El número total de ejercicios propuestos es 264. Al final se incluyen las respuestas a ejercicios seleccionados.

Se agradece al estudiante Felipe Ochoa por su colaboración en la compilación y producción de este listado de ejercicios. Se agradece también al profesor Emilio Vera por su colaboración al facilitar sus notas personales sobre problemas resueltos.

A: CINEMATICA

A.1.- Una partícula se mueve de forma tal que la magnitud del vector posición $\vec{r}$ es constante. Demostrar que la velocidad de la partícula es perpendicular a $\vec{r}$. Interprete geométricamente este resultado.

A.2.- Al destapar una botella de champaña el corcho sale disparado verticalmente hacia arriba tardando t_o segundos en caer hasta la altura inicial. Determine la velocidad con que el corcho salió de la botella. (desprecie el roce con el aire).

A.3.- Se deja caer una pelota de goma desde una altura *h* sobre el suelo. La rapidez con que la pelota rebota es una fracción f $(f \leq 1)$ de la rapidez con que la pelota impacta el suelo. Calcule la distancia total recorrida por la pelota hasta su detención y el tiempo que tarda en hacerlo.

A.4.- Desde un ascensor de carga cae accidentalmente un paquete cuando el ascensor se encuentra a una altura *h* del suelo, moviéndose hacia arriba. Si el ascensor mantiene una rapidez constante v_o determine a que altura se encuentra el ascensor cuando el paquete llega al suelo.

A.5.- La aceleración de un bloque que se mueve a lo largo del eje *x* se expresa como

$$\vec{a} = k\sqrt{x}$$

Donde *k* es una constante positiva. Tanto la rapidez *v* como el desplazamiento *x* son nulos para $t = 0$. Determine la aceleración, velocidad y posición del bloque en un instante *t* cualquiera.

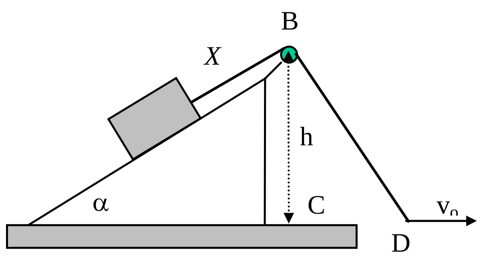
A.6.- Una partícula que se desplaza en un medio viscoso a alta velocidad, experimenta una fuerza de freno que es proporcional al cuadrado de la rapidez. Como resultado de lo anterior, la aceleración que experimenta la partícula cuando se mueve en línea recta en ese medio, a lo largo del eje *x* se expresa como

$$\vec{a} = -kv^2\hat{r}$$

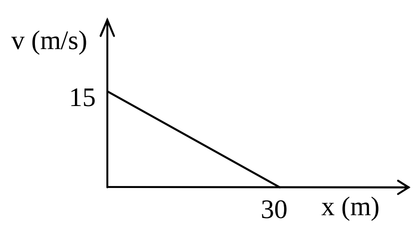
Donde k es una constante. Suponiendo que para $t = 0$ se tiene que $x=0$ y $v=v_o$ determine:

a) rapidez de la partícula en función de la posición *x*.
b) rapidez de la partícula en función del tiempo.

A.7.- Una caja se desplaza hacia arriba sobre un plano inclinado que tiene una pendiente α (ver figura), como resultado de tirar del extremo D de la cuerda con una rapidez constante v_o a lo largo de la línea CD, a partir del punto C. Determine la rapidez de la caja en cualquier instante *t*, en función de h, v_o y t.



(Prob. A.7)



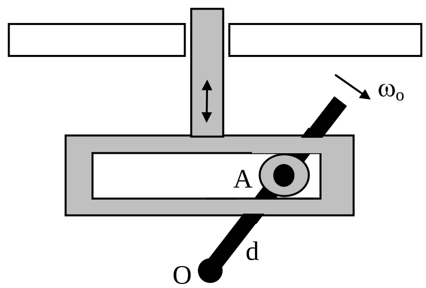
(Prob. A.8)

A.8.- El gráfico de la figura muestra la rapidez de una partícula que se desplaza en línea recta, en función de su posición en el eje *x*. Demuestre que la partícula nunca llega a la posición $x=30$ *m*. ¿Cuál es la aceleración de la partícula en x = 18m?

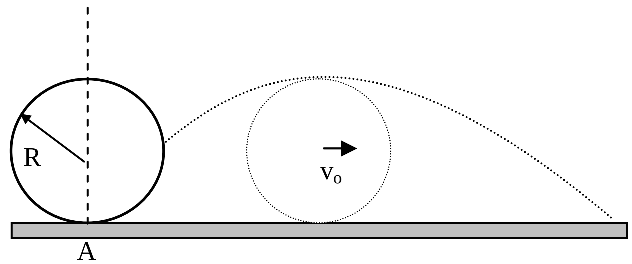
A.9.- Una partícula se mueve a lo largo de un círculo de radio *b*. Sí la velocidad de la partícula varía en el tiempo según $v(t)=A\,t^2$ ¿Para qué valor, o valores del tiempo el vector aceleración forma un ángulo de $\pi/4$ con el vector velocidad ?

A.10.- Encontrar el radio de curvatura (en función del tiempo) de la trayectoria que se asocia a la siguiente función itinerario: $\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}t + \vec{c}t^2$, si los vectores constantes **b** y **c** son ortogonales.

A.11.- El mecanismo que se muestra en la figura adjunta transforma un movimiento de rotación en uno lineal de traslación. El vástago A, fijo en la barra OA se encuentra a una distancia *d* de O y desliza en la ranura a medida que el brazo OA gira a una tasa constante de ω_o radianes por segundo, en el sentido indicado por la flecha. Como consecuencia de este movimiento la barra se mueve verticalmente. Describa el movimiento de la barra vertical y en particular determine su aceleración cuando la barra forma un $\theta = 30°$ con la vertical.



(Prob. A.11)



(Prob. A.12)

A.12.- Un disco circular de radio *R* rueda sin resbalar a lo largo del eje *x* con rapidez constante v_o como se indica en la figura. Para $t = 0$ el punto A, en el borde externo del disco, coincide con el origen. Determine expresiones para los vectores posición, velocidad y aceleración del punto A.

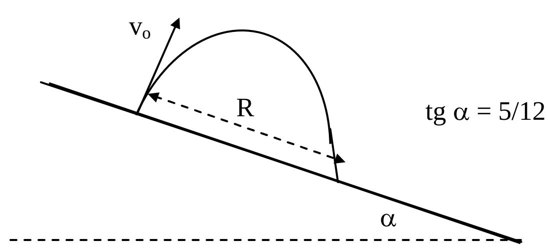
A.13.- Una partícula se mueve con rapidez constante v_o a lo largo de una trayectoria parabólica definida por la ecuación $y = cx^2$, donde c es una constante positiva. Encuentre expresiones para la velocidad $\vec{v}$ y la aceleración $\vec{a}$ cuando la partícula se encuentra en la posición $(x_o, y_o = cx_o^2)$.

A.14.- Una partícula se mueve con rapidez constante v_o. a lo largo de la espiral $\rho = A\, e^{k\theta}$ Determine:

a) vector velocidad en función de ρ y θ
b) vector aceleración en función de ρ y θ
c) demuestre que en todo instante el vector aceleración es perpendicular al vector velocidad.
d) encuentre el ángulo θ y la velocidad angular en función del tiempo.

A.15.- Se lanza una pelota en dirección perpendicular a una superficie inclinada (que forma un ángulo α con la horizontal) de modo que cuando rebota lo hace con una rapidez v_o. Determine la distancia R donde la pelota golpea nuevamente la superficie inclinada.

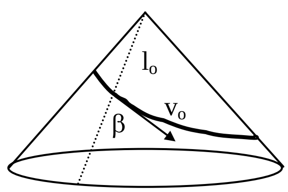
(Prob. A.15)



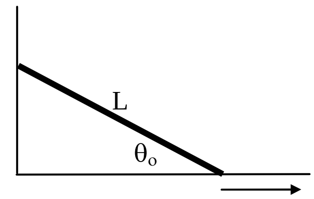
A.16.- Usando el mismo cañón, se lanzan en forma sucesiva dos proyectiles, el primero con un ángulo de alza θ_1 y luego el otro con un ángulo θ_2 $(\theta_1 > \theta_2)$. Si la rapidez de los proyectiles a la salida del cañón es v_o y los dos proyectiles llegan simultáneamente al blanco localizado a una distancia *R*, determine los ángulos de lanzamiento y el intervalo de tiempo transcurrido entre los dos disparos.

A.17.- Una partícula describe una trayectoria circular de radio R. El arco que recorre en función del tiempo (t) está descrito por la ecuación $s = R \ln (1 + \alpha t)$ donde α es una constante positiva. Calcule las componentes tangencial y normal de la aceleración en función del tiempo.

A.18.- Una partícula se mueve con rapidez constante v_o sobre la superfície de un cono recto de semiángulo α de modo que la trayectoria que describe forma un ángulo β constante con la generatriz del cono. La partícula inicia su movimimento a una distancia l_o del vértice del cono. Determine la ecuación de la trayectoria de la partícula, utilizando un sistema de coordenadas esféricas con origen en el vértice de cono.



(Prob. A.18)

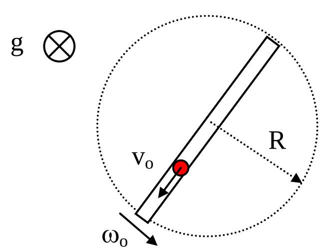


(Prob. A.19)

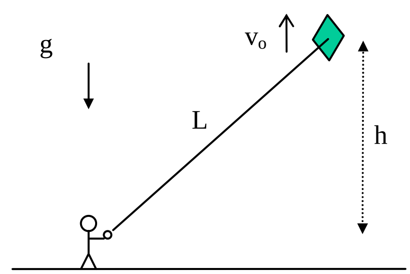
A.19.- Una escalera de largo L apoyada en una pared, como se indica en la figura, desliza sobre la superficie horizontal. En su caída y cuando forma un ángulo θ_o con la superficie horizontal, el extremo inferior de la escalera se mueve con una rapidez v y una aceleración a. Determine, para ese instante, la velocidad y aceleración del extremo superior de la escalera.

A.20.- Una partícula se mueve por el interior de un tubo de largo $2R$ que gira con una velocidad angular constante ω_o. La partícula inicia su movimiento desde el punto medio del tubo desplazándose por su interior con una rapidez constante v_o respecto al mismo. Determine:

a) el radio de curvatura de la trayectoria descrita, en función del tiempo
b) la distancia recorrida por la partícula desde que inicia su movimiento hasta que llega al extremo del tubo.



(Prob. A.20)



(Prob. A.21)

A.21.- Un niño está elevando un volantín. En un cierto instante éste se encuentra a una altura h sobre la posición del carrete y sube verticalmente con una rapidez v_o. Si en ese instante se han desenrrollado L metros de hilo, determine con que velocidad angular gira el carrete cuyo diámetro r_o.

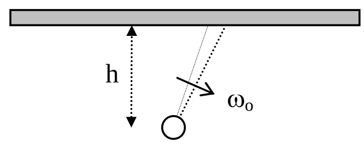
A.22.- Una partícula recorre una trayectoria dada por la ecuación $\rho = 10\ (\cos\theta + 1)$, en forma tal que $\theta = (\pi t)/50$. Haga un gráfico de la trayectoria y encuentre expresiones para la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo.

A.23.- Un ventilador de techo, con aspas de largo L, gira con una velocidad angular constante ω_o. Las vibraciones en las aspas provocan que el extremo de las mismas describan un movimiento vertical de modo que el desplazamiento depende del ángulo de giro en la forma siguiente $z = d_o \operatorname{sen} 2\theta$. Determine la máxima aceleración que experimenta el extremo de cada aspa.

A.24.- Las componentes del vector de posición de una partícula en movimiento, expresadas en componentes cartesianas, son las siguientes: $x = A \cos \omega t$ $\quad y = A \operatorname{sen} \omega t$ $\quad z = B \operatorname{sen} \lambda t$

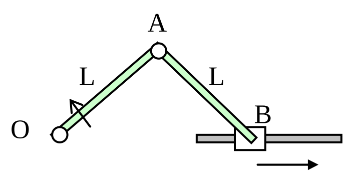
donde A, B, ω y λ son constantes. Encontrar la relación que debe haber entre ω y λ para que el movimiento ocurra en un plano.

A.25.- Un faro proyecta un haz de luz que rota con una velocidad angular ω_o en el sentido indicado en la figura. Determine la rapidez y aceleración con que se desplaza la luz proyectada sobre una pared a una distancia *h* del faro, cuando el haz de luz incide con un angulo de *45°* respecto de la pared.

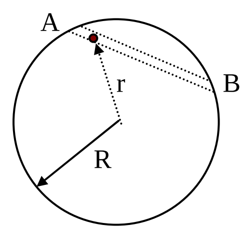


(Prob. A.25)

A.26.- Considere un sistema formado por dos barras articuladas de largo *L* cada una. La barra OA gira alrededor de O y un extremo de la otra barra se mueve horizontalmente fijo al anillo B que desliza a lo largo de una barra. Determine la velocidad angular ω y la aceleración angular α de la barra OA en función de la velocidad *v* y la aceleración *a* de la pieza B.



(Prob. A.26)



(Prob. A.27)

A.27.- Suponga que es posible excavar un túnel entre dos puntos A y B de la Tierra, como se indica en la figura. La aceleración de gravedad, que apunta hacia el centro de la Tierra, tiene una magnitud que es proporcional a la distancia *r*.

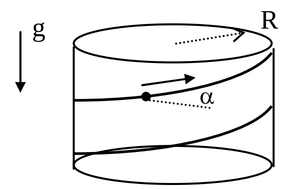
$$|\vec{a}| = \frac{g}{R} r$$

donde g es la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra *(g=9,81 m/s)* y *R* es el radio de la Tierra (*R=6.328 km*). Asumiendo que un vehículo parte del reposo en el punto A y se mueve sin roce en el interior del túnel bajo el efecto de la gravedad, calcule:

a) el tiempo que requiere para llegar al punto B, que está a una distancia *R* en línea recta del punto A.
b) la rapidez máxima del movimiento resultante.

A.28.- Una partícula se mueve a lo largo de una trayectoria espiral cilíndrica (ver figura) con una rapidez *v(t)*. La distancia desde cualquier punto de la trayectoria al eje de la espiral es R y el ángulo que forma el vector velocidad con el plano perpendicular al eje de la espiral (α) es constante. Determine en términos de R, *v(t)* y α:

a) las componentes de velocidad y aceleración en coordenadas cilíndricas.
b) las componentes tangencial y normal de la aceleración.
c) el radio de curvatura de la trayectoria.



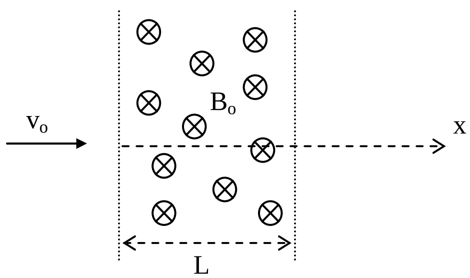
A.29.- Como una aplicación particular del problema anterior considere el caso de un automóvil que desciende por una rampa (de la forma indicada en la figura del problema A.28) en un edificio de estacionamiento, con una rapidez constante v_o. Si la rampa desciende una altura *h* cada vuelta completa determine la magnitud de la aceleración que experimenta el automóvil a medida que se desplaza por la rampa.

A.30.- Una partícula se mueve a lo largo de la espiral $\rho = a\theta$ desde $\theta = 0$, con rapidez constante v_o. Determine:

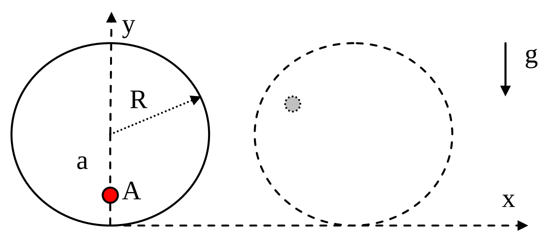
a) el vector velocidad en función de θ.
b) el vector unitario **t** tangente a la trayectoria, en función del ángulo θ. Obtenga una expresión para el camino recorrido *s* en función del tiempo.
c) calcule la aceleración ***a*** en función de θ.
d) determine el vector ***n*** normal a la trayectoria, en función de θ y obtenga una expresión para el radio de curvatura r_c en función de θ.
e) verifique que la aceleración es siempre perpendicular a la velocidad.

A.31.- Una partícula de masa *m* y carga eléctrica *q* que se mueve a lo largo del eje x, con rapidez $v_0\hat{i}$ entra en una región del espacio de ancho *L*. En esta región existe un campo magnético constante del tipo $\boldsymbol{B_o}=B_o\,\hat{j}$ el cual ejerce una fuerza $\boldsymbol{F}=q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B_o}$ sobre la partícula. Suponga en el análisis que la fuerza gravitacional es muy pequeña comparada con la fuerza magnética.

a) demuestre que la magnitud de la velocidad es constante durante el movimiento.
b) determine la trayectoria que sigue la partícula mientras que se mueve en la región donde actúa el campo magnético y analice los casos posibles dependiendo de la magnitud de L.



(Prob. A.31)



(Prob.A.32)

A.32.- Un disco de radio R rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal, de modo que su centro avanza en dirección x con rapidez constante v_o. En la posición inicial el centro del disco se encuentra en x = 0. Considere una partícula fija al disco en el punto A, situado a una distancia a < R de su centro y calcule:

a) los vectores de posición, velocidad y aceleración del punto A, en función del tiempo, en el sistema de coordenadas cartesianas indicado en la figura.
b) el radio de curvatura de la trayectoria del punto A cuando pasa por los puntos más bajo y más alto (mínimo y máximo de y).

A.33.- El vector posición de una partícula, en función del tiempo (función itinerario) está dado por:

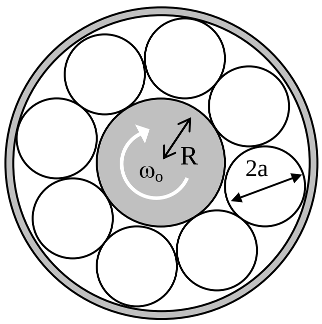
$$r(t) = R\cos\omega_0\hat{i} + R\,\mathrm{sen}\,\omega_0\hat{j} + ct\hat{k}$$

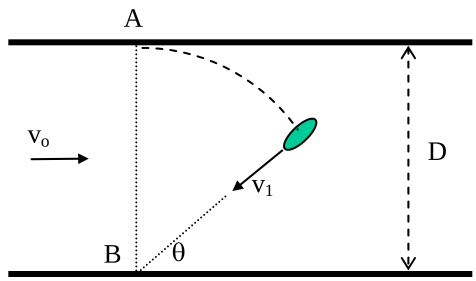
donde *R*, ω_o y *c* son constantes, y t es el tiempo. Determine:

a) rapidez de la partícula en función del tiempo, y las componentes tangencial y normal de su aceleración.
b) radio de curvatura de la trayectoria, en función del tiempo.
c) ¿ qué relación debe existir entre ω_o y c, para que el movimiento ocurra sobre un plano ?

A.34.- En un rodamiento el radio del eje es R y el radio de cada esfera es $\boldsymbol{a}$. El eje gira con una velocidad angular constante ω_o ,mientras que la pared exterior P se encuentra en reposo. Si las esferas ruedan sin resbalar en el eje y en la pared exterior, determine:

a) rapidez del centro de cada esfera.
b) velocidad angular de rotación de cada esfera con respecto a su centro.





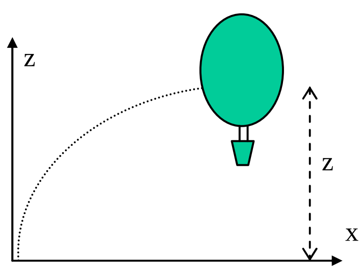
Nota: $\int \frac{1}{\operatorname{sen} x} = \ln(\operatorname{tg}(\frac{x}{2}))$

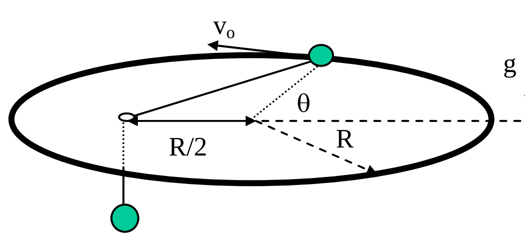
(Prob. A.34) (Prob. A.35)

A.35.- Un botero cruza un río de ancho D partiendo desde el punto A con el objetivo de alcanzar la orilla opuesta justo en la posición opuesta al otro lado del río (punto B). La velocidad del agua es v_o que se supone constante en todo el punto del río. El botero imprime al bote una velocidad v_1 relativa al agua, apuntando siempre hacia el punto donde desea llegar (punto B). Determine la ecuación de la trayectoria del bote, en un sistema de coordenadas x-y cuyo origen se localiza en B y donde el eje x apunta en la direccion de movimiento de las aguas, y el eje y en la dirección hacia el punto A. Comente sobre los valores posibles de v_1 que le permiten al botero alcanzar el objetivo deseado.

A.36.- Un globo asciende desde el suelo a una velocidad vertical v_o Debido al viento el globo adquiere una componente horizontal de velocidad $v_x = k\,z$, donde k es una constante y z es la altura sobre el terreno. Si se coloca el origen del sistema de coordenadas en el punto de lanzamiento, determine:

a) trayectoria del globo y su vector de posición en función del tiempo.
b) las componentes tangencial y normal de la aceleración en función de la altura “z”.

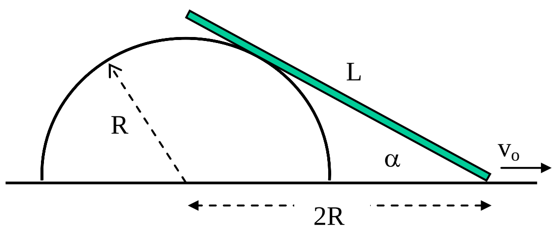




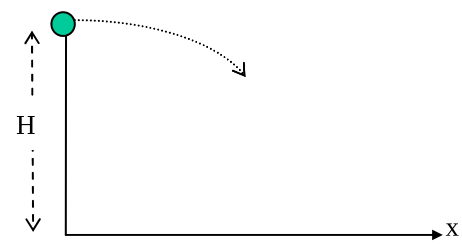
(Prob. A.36) (Prob. A.37)

A.37.- Una partícula se mueve con rapidez v_o constante sobre un riel circular de radio R colocado en posición horizontal sobre una superficie horizontal. La partícula se encuentra atada mediante una cuerda inextensible a un bloque que cuelga debajo de un agujero localizado a una distancia $R/2$ del centro del riel, como se muestra en la figura. Determine:
a) la rapidez del bloque en función del ángulo θ ; b) la rapidez máxima del bloque; c) la aceleración del bloque cuando la partícula que se mueve sobre el riel pasa por la posición $\theta = 0$.

A.38.- Una barra de largo L se encuentra apoyada sobre un semi-cilindro de radio R, como se indica en la figura. El extremo inferior de la barra es forzado a moverse con rapidez constante v_o hacia la derecha. Determine la velocidad y aceleración del extremo superior de la barra en el instante cuando su extremo inferior se encuentra a una distancia $2R$ del eje del semi-cilindro y el ángulo que forma la barra con la horizontal es α.



(Prob. A.38)



(Prob. A.39)

A.39.- Desde un avión que vuela con una velocidad v_o en dirección horizontal y a una altura H sobre el suelo, se suelta un objeto. Si se asume que el roce viscoso con el aire es despreciable frente a la fuerza gravitacional, determine:

a) ecuación de la trayectoria con respecto al sistema de referencia fijo indicado en la figura.
b) aceleración tangencial y normal en función del tiempo
c) radio de curvatura en función del tiempo

A.40.- Una partícula describe una trayectoria plana con una rapidez proporcional a la distancia al origen (ρ), siendo k la constante de proporcionalidad, y con una velocidad angular constante ω_o en torno al origen. En el instante inicial, la distancia al origen es ρ_o, $\theta = 0$ y la componente radial de la velocidad es positiva. Determine:

a) ecuación de la trayectoria en un sistema de coordenadas polares.
b) demuestre que la aceleración es proporcional a la distancia de la partícula al origen.
c) determine las componentes tangencial y normal de la aceleración en función del tiempo.

A.41.- Una partícula describe la trayectoria parabólica descrita por la ecuación x y = a, manteniendo una rapidez constante v_o. Calcule los siguientes parámetros cuando la partícula pasa por el punto más cercano al origen de las coordenadas:

a) componentes cartesianas de la velocidad
b) componente de aceleración según el eje x
c) componente de aceleración a lo largo de la trayectoria y perpendicular a ella.
d) radio de curvatura de la trayectoria en ese punto

A.42.- Considere una partícula que se mueve en un plano de modo tal que la componente de su aceleración perpendicular al radio vector es nula ($a_\theta = 0$).

a) demuestre que bajo estas condiciones se cumple que el producto entre el cuadrado de la magnitud del radio vector y la velocidad angular es constante.
b) si la trayectoria de la partícula queda descrita por la ecuación: $\rho(\theta) = (2 - \cos\theta)^{-1}$ (elipse) demuestre que la componente radial de la aceleración es proporcional a ρ^{-2}.

A.43.- La función itinerario de una partícula está dada por la siguiente expresión:

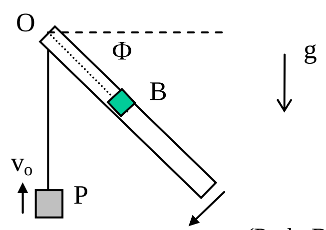
$$\mathbf{r}(t) = R \cos \omega_o t \, \mathbf{i} + R \operatorname{sen} \omega_o t \, \mathbf{j} + ct \, \mathbf{k}$$

Determine en función del tiempo:

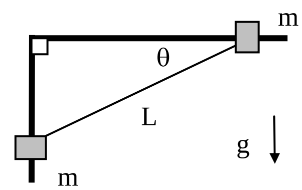
a) la rapidez de la partícula y las componentes tangencial y normal de su aceleración.
b) el radio de curvatura de la trayectoria.

B: DINAMICA

B.1.-Un bloque B de masa *m* desliza con roce despreciable por el interior de un tubo, el cual a su vez gira en la dirección indicada por la flecha, con velocidad angular constante ω_o alrededor de un eje horizontal fijo que pasa por uno de sus extremos (O). El bloque B está unido mediante una cuerda inextensible a un bloque P también de masa *m*.Calcule la fuerza que el tubo ejerce sobre el bloque B, en función de su distancia al eje O y del ángulo ϕ, si en el instante que muestra la figura el bloque P está subiendo con una rapidez v_o



(Prob. B.1)

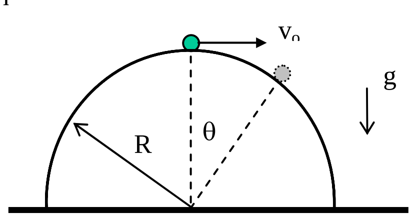


(Prob. B.2)

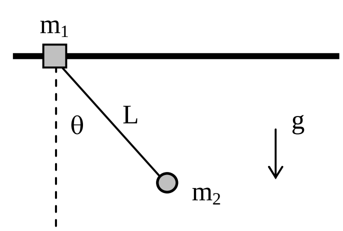
B.2.- Considere dos anillos de masa *m* cada uno, que deslizan sin roce, uno por una barra vertical y el otro por una barra horizontal, como se muestra en la figura. Los anillos están unidos entre sí por una cuerda inextensible de largo *L*. Suponiendo que el sistema se libera desde el reposo, con la cuerda formando un ángulo $\theta = 30°$ con la horizontal (ver figura), determine:

a) la ecuación de movimiento para el ángulo θ.
b) la tensión de la cuerda en función de θ.
c) la velocidad de la partícula que desliza por la barra horizontal cuando golpea la barra vertical.

B.3.- Una partícula de masa *m* desliza sin roce por una superficie semi-esférica de radio *R* partiendo desde el punto más elevado con una velocidad inicial v_o
a) determine el ángulo θ_o en el cual la partícula se despega de la superficie.
b) determine a que distancia de la base de la semi-esfera la partícula cae sobre la superficie horizontal, y con qué velocidad.



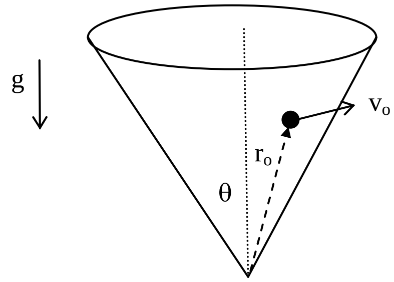
(Prob. B.3)



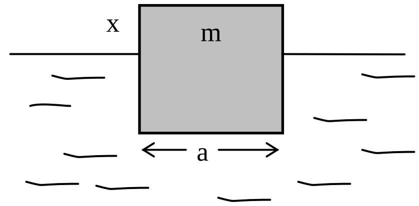
(Prob. B.4)

B.4.- Un anillo de de masa m_1 desliza con roce despreciable a lo largo de una barra horizontal, unido mediante una cuerda inextensible de largo L a una una partícula de masa m_2. En un cierto instante, cuando el sistema se encuentra en reposo, se le da una velocidad inicial v_o al anillo. Encuentre una expresión para la tensión de la cuerda en función del ángulo θ (que forma la cuerda con la vertical) y de sus derivadas respecto al tiempo, como únicas variables.

B.5.- Una partícula de masa *m* desliza con roce despreciable por el interior de una superficie cónica de eje vertical y ángulo θ (ver figura). En el instante inicial la partícula se mueve con una velocidad v_o sobre la superficie del cono en una dirección perpendicular a su eje, a una distancia r_o del vértice. Encontrar $\dot{r}, \ddot{r}$ y la fuerza normal que ejerce la superficie del cono sobre la partícula en función de su distancia *r* al vértice del cono.



(Prob. B.5)



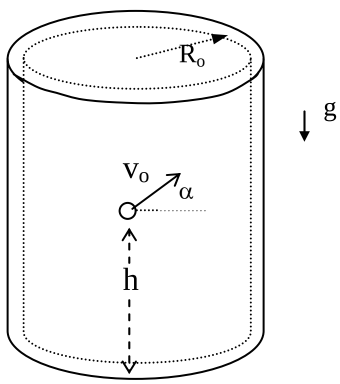
(Prob. B.6)

B.6.- Un cubo de lado *a* y masa *m* que se encuentra sumergido en un líquido, emerge a la superficie con una rapidez $v_o = (6ag)^{1/2}$, donde *g* es la aceleracion de gravedad. El líquido ejerce hacia arriba una fuerza denominada empuje (ε). Cuando la cara superior del cubo sobresale una altura *x* sobre la superficie del líquido, el empuje está dado por la expresión siguiente:

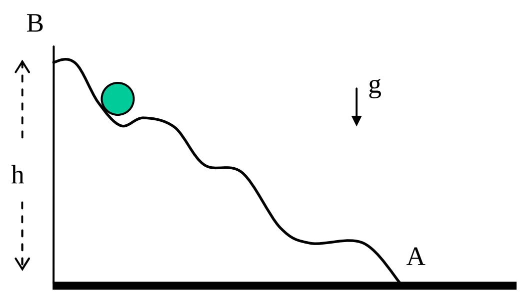
$$\varepsilon\,(x) = \frac{4mg}{a}(a - x) \qquad \text{Calcule:}$$

a) la rapidez del bloque en el instante que emerge totalmente del agua.
b) la altura máxima sobre la superficie del líquido que alcanza la cara superior del bloque.

B.7.-Una partícula se mueve con roce despreciable entre dos cilindros concéntricos, de modo que su distancia al eje de los cilindros es R_o. La partícula se lanza con velocidad v_o a una altura *h* de la base y en un ángulo α con la horizontal. ¿Cuántas vueltas da la partícula antes de tocar el suelo?



(Prob. B.7)

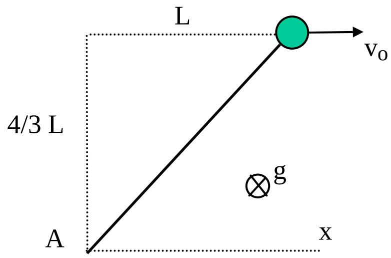


(Prob. B.8)

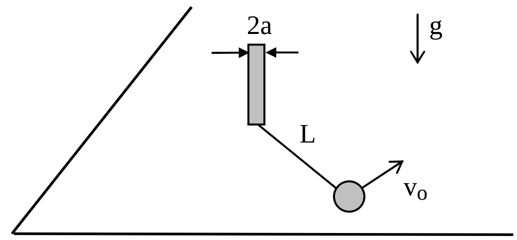
B.8.- Pruebe, sin utilizar conceptos de energía, que si la partícula de la figura adjunta desliza con roce despreciable a lo largo de una superficie de forma arbitraria, desde una situación de reposo en el punto B localizado a una altura *h*, la rapidez de llegada al punto A es igual a la rapidez que alcanzaría en una caída libre de *h* metros.

B.9.- Una cuerda elástica cuyo largo es *L* cuando no está estirada y cuya constante elástica es *k* se encuentra atada a un punto fijo A (ver figura) sujeta una partícula de masa *m* que desliza con roce despreciable sobre una superficie horizontal. Se da a la partícuña una velocidad v_o a lo largo del eje *x*, desde la posición indicada en la figura. Determine:

a) rapidez de la partícula en el instante en que la cuerda recupera su largo normal.
b) distancia mínima que alcanza la partícula al punto A.



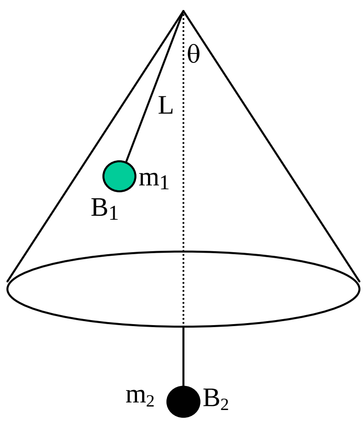
(Prob. B.9)



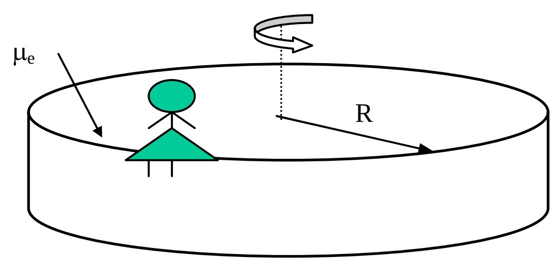
(Prob. B.10)

B.10.- Una pelota de masa *m* está atada a un poste de radio *a* mediante una cuerda inextensible de largo *L*. Considere que el radio del poste es mucho menor que el largo de la cuerda. Si inicialmente se da a la pelota una velocidad horizontal v_o perpendicular a la cuerda, determine su velocidad justo cuando la cuerda se ha enrollado 4 veces alrededor del poste. Considere que el roce entre la pelota y la superficie horizontal es despreciable.

B.11.- La bolita B_1 de masa m_1 describe un círculo deslizando con velocidad constante sobre la cara externa de una superficie cónica fija, de eje vertical y ángulo θ. La bolita se encuentra unida al extremo de una cuerda inextensible que pasa por un agujero en la cúspide del cono. Del otro extremo de la cuerda cuelga una esfera B_2 de masa m_2. La distancia entre B_1 y la cúspide del cono es *L*. Todos los roces son despreciables. Determine la rapidez de la bolita B_1 y la condición que deben satisfacer m_1 *y* m_2 para que este movimiento sea posible.



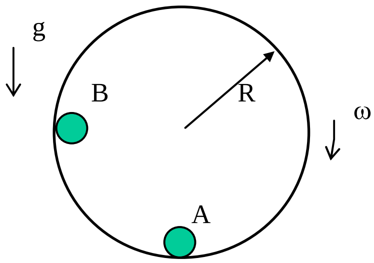
(Prob. B.11)



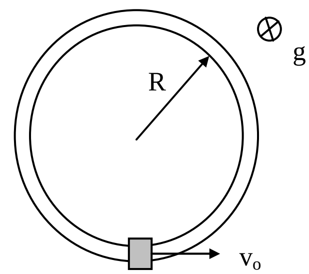
(Prob. B.12)

B.12.- Una niña, cuya masa es *M*, se encuentra sentada sobre una plataforma circular, a una distancia *R* del centro. Si la plataforma empieza a girar partiendo desde el reposo de modo que la rapidez de la niña aumenta con una tasa uniforme de *a* m/s^2, calcular la velocidad angular de la plataforma en el momento cuando la niña empieza a deslizar. El coeficiente de roce estático entre la plataforma y la niña es μ_e

B.13.-Las partículas A y B, ambas de masa *m*, se apoyan en el interior del cilindro hueco de radio interno R que gira alrededor de su eje colocado en posición horizontal. El coeficiente de roce estático entre las partículas y el cilindro es μ_e. En el instante considerado en la figura, la aceleración y la velocidad angular del disco son α y ω respectivamente. Determine el valor mínimo que debe tener el coeficiente de roce estático para que en ese instante ninguna de las dos partículas se mueva respecto al cilindro.



(Prob. B.13)

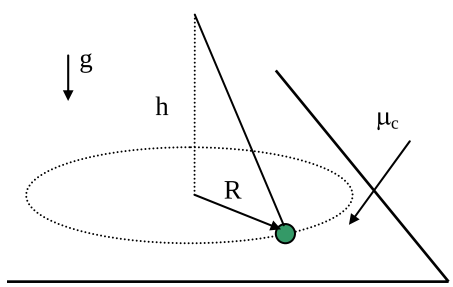


(Prob. B.14)

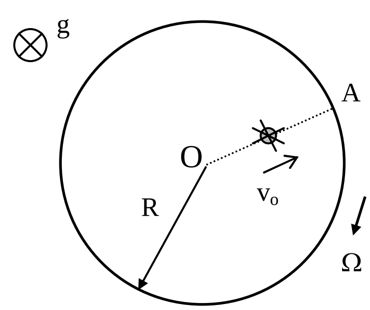
B.14.- Un anillo de masa *m* desliza a lo largo de un tubo circular de radio *R* colocado en un plano horizontal. El coeficiente de roce cinético entre el anillo y el tubo es μ_c. Si se impulsa el anillo con una velocidad inicial v_o, determine la distancia que recorre hasta que se detiene.

B.15.- Una partícula de masa *m* describe un círculo de radio *R* apoyada sobre una superficie horizontal y sujeta por una cuerda inextensible, en la forma como se indica en la figura adjunta. El coeficiente de roce cinético entre la partícula y la superficie es μ_c. El extremo fijo de la cuerda se encuentra a una altura *h* de la superficie. Si la rapidez inicial de la partícula es la mitad de la rapidez máxima que le permite mantenerse en contacto con la superficie horizontal y se desprecia el roce viscoso con el aire, determine:

a) el tiempo que tarda la partícula en detenerse.
b) el número de vueltas que da la partícula hasta que se detiene.



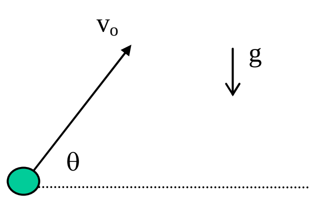
(Prob. B.15)



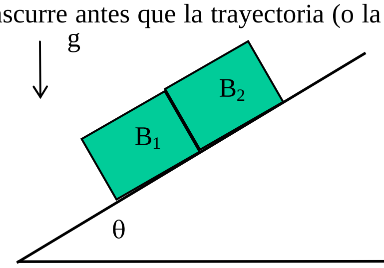
(Prob. B.16)

B.16.- Un disco de radio R gira con velocidad angular Ω constante en un plano horizontal, tal como se muestra en la figura. Un insecto de masa *m* camina a lo largo del radio OA con rapidez v_o constante relativa al disco, partiendo de un punto localizado a una distancia r_o de su centro. Calcule el coeficiente de roce estático μ_e entre el insecto y la superficie si justo cuando llega al borde del disco comienza a resbalar.

B.17.- Se lanza en el aire una partícula de masa *m* con una velocidad inicial v_o que forma un ángulo θ con la horizontal. La magnitud del roce viscoso entre la partícula y el aire es igual a kv, donde v es la rapidez de la partícula y k es una constante conocida. ¿Cuánto tiempo transcurre antes que la trayectoria (o la velocidad de la partícula) vuelve a formar un ángulo θ con la horizontal?



(Prob. B.17)



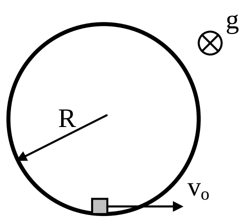
(Prob. B.18)

B.18.- Los bloques B_1 y B_2 de masa m_1 y m_2 respectivamente deslizan por efecto de la gravedad sobre un plano inclinado que forma un ángulo θ con la horizontal. Los bloques están apoyados entre si (no pegados). Los coeficientes de roce cinético entre el bloque B_1 y el plano es μ_1 y entre el bloque B_2 y el plano es μ_2.

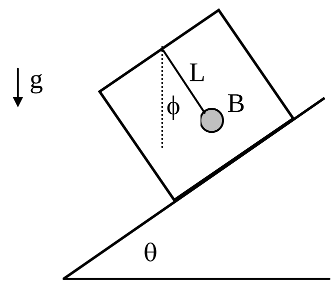
a) determine la aceleración de ambos bloques.
b) determine la fuerza que ejerce B_2 sobre B_1
c) analice los movimientos posibles del conjunto y las condiciones que se deben cumplir para que la fuerza de interacción entre ambos bloques no sea nula.

B.19.- Un pequeño bloque de masa *m* descansa sobre un tambor cilíndrico de fondo horizontal y de radio *R*. En un cierto instante el bloque se mueve con rapidez v_o apoyado contra el fondo y la pared del tambor. El coeficiente de roce cinético entre el bloque y la pared y entre el bloque y el fondo del cilindro es μ_c.

a) determine el número de vueltas que da el bloque desde el instante inicial hasta que se detiene.
b) calcule lo mismo que en a) si el roce entre el bloque y el fondo del cilindro es despreciable.



(prob. B.19)



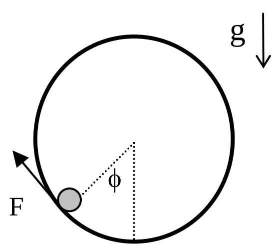
(prob. B.20)

B.20.- Una caja de masa M desliza hacia abajo por una superficie plana que forma un ángulo θ con la horizontal. El coeficiente de roce cinético entre la caja y la superficie es μ_c. La bolita B de masa *m* está atada a un extremo de una cuerda inextensible de largo L cuyo otro extremo está fijo al techo de la caja (ver figura). Suponga que la bolita se encuentra en reposo respecto a la caja, con la cuerda formando un cierto ángulo ϕ con la vertical, a medida que la caja desliza.

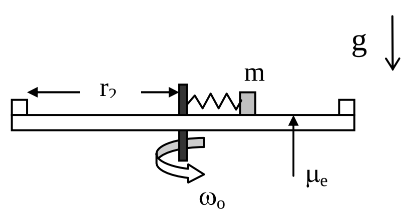
a) calcule la tensión de la cuerda
b) determine el ángulo ϕ que forma la cuerda con la vertical.

B.21.- La partícula B de masa *m* está describiendo una circunferencia en un plano vertical, deslizando sobre el interior de un cilindro de radio *R*. El coeficiente de roce cinético entre la partícula y la superficie interior del cilindro es μ_c . La partícula se desplaza bajo la acción de una fuerza F que es siempre tangente a la circunferencia, partiendo desde el reposo en la posición en que $\phi = 0$. Si la aceleración tangencial que experimenta la partícula es constante e igual a *g/4*

a) demuestre que la partícula nunca pierde contacto con el cilindro.
b) encuentre en que posición la magnitud de *F* es mínima y determine su valor en dicha posición.



(Prob. B.21)

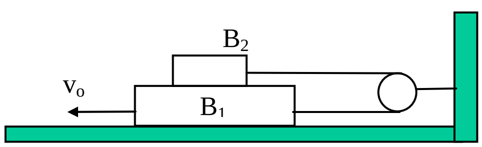


(Prob. B.22)

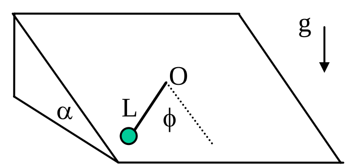
B.22.- El bloque pequeño de masa m indicado en la figura descansa sobre la superficie de una plataforma horizontal, con la cual tiene un coeficiente de roce estático μ_e. La plataforma gira con velocidad angular ω_o constante en torno de su eje vertical, y a una distancia r_2 del mismo existe una pared vertical. El bloque se encuentra unido al extremo de un resorte ideal de constante elástica k cuyo otro extremo está fijo en el centro de la plataforma. Cuando la distancia r del bloque al eje es r_1 el resorte no está deformado. En relación a una serie de experimentos realizados para evaluar la posición de equilibrio relativo del bloque para distintas velocidades de rotación ω determine :

a) los valores límites de ω que permiten que el bloque permanezca en reposo respecto a la plataforma a una distancia r del eje, comprendida entre r_1 y r_2 .
b) para $r = r_2$ encuentre una expresión para la fuerza que el borde de la plataforma ejerce sobre el bloque en función de ω_o.

B.23.- El bloque B_1 de masa m_1 está apoyado sobre una superficie horizontal fija y el bloque B_2 está apoyado sobre B_1. Los bloques se encuentran unidos a los extremos de una cuerda inextensible, que pasa por una polea fija, en la forma indicada en la figura. Los coeficientes de roce cinético existentes entre B_1 y B_2 y entre B_1 y la superficie horizontal son todos iguales a μ_c . Todos los demás roces son despreciables. Si se observa que el bloque B_1 desliza con velocidad constante v_o hacia la izquierda, determine la magnitud de la fuerza horizontal F que está actuando sobre el.



(Prob. B.23)



(Prob. B.24)

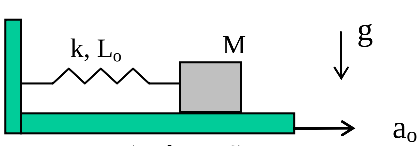
B.24.- La partícula P de masa m se mueve sobre un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal, y con el cual tiene un coeficiente de roce cinético μ_c. La partícula se encuentra unida al extremo de una barra de largo L y masa despreciable cuyo otro extremo puede rotar con roce despreciable en torno al punto fijo O. Determine la rapidez inicial que hay que dar a la partícula cuando se encuentra en reposo en el punto donde $\phi = 0$ para que de una vuelta completa en torno a O.

B.25.– Suponga que la fuerza de roce viscoso que ejerce el aire sobre una partícula en movimiento es:

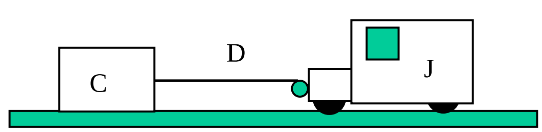
$$\vec{F}_r = -mbv^2\,\mathbf{v}$$

donde m es la masa de la partícula, b es una constante positiva, v es la rapidez y **v** es un vector unitario en la dirección de la velocidad. Demuestre que si se lanza la partícula hacia arriba, con velocidad inicial v_o, la altura máxima que alcanza la partícula no está acotada pero si el tiempo que demora en (sin importar cuan grande sea la magnitud de v_o). Compare los tiempos de subida y de bajada de la partícula. (Nota: asuma que la aceleración gravitacional es constante, e igual a g)

B.26.- Un bloque de masa M está unido a un extremo de un resorte ideal de largo natural L_o y constante elástica k . El otro extremo del resorte se encuentra fijo a una plataforma, también de masa M, sobre la cual descansa el bloque. La plataforma se encuentra sobre la superficie horizontal. Todas las fuerzas de roce son despreciables. Inicialmente el conjunto se encuentra en reposo con el resorte sin deformar. Si bajo la acción de una fuerza externa F la plataforma adquiere una aceleración a_o constante, encuentre una expresión para F en función del tiempo.



(Prob. B.26)



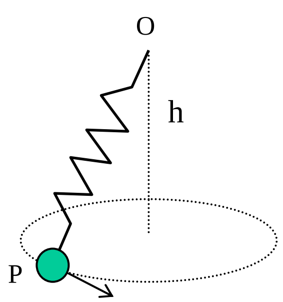
(Prob. B.27)

B.27.- Un cajón C de masa m y un Jeep J de masa M se encuentran sobre la superficie horizontal de un lago congelado, unidos por una cuerda inextensible el jeep puede enrollar. Suponga que todos los roces son despreciables. Inicialmente C y J se encuentran en reposo cuando el largo de la cuerda que une C y J es igual a D_o. El jeep empieza a enrollar la cuerda de modo tal que $d^2D/dt^2 = - a_o$, donde a_o es una constante positiva. Determine:

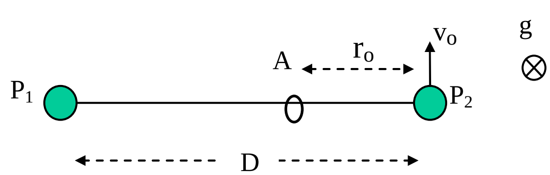
a) tensión de la cuerda;
b) aceleración del cajón y del jeep respecto al suelo;
c) tiempo que transcurre hasta que el cajón choca con el jeep.

B.28.- Una partícula P de masa m está unida al extremo de un resorte ideal de largo L_o y constante elástica k cuyo otro extremo se encuentra fijo con en un punto O. Se observa que cuando P describe un movimiento circunferencial uniforme en un plano horizontal a una altura h por debajo del punto O, el periodo de rotación es igual a N veces el período de oscilación de P al oscilar verticalmente por debajo de O.

a) demuestre que h debe ser mayor que el largo del resorte cuando P se encuentra en reposo por debajo de O.
b) demuestre que N debe ser mayor que 1. Determine el cuociente entre el largo del resorte, cuando P describe el movimiento circunferencial descrito, y su largo cuando P está en reposo debajo de O. Calcule este cuociente en el caso en que $h=L_0$ y $N=2$.



(Prob. B.28)

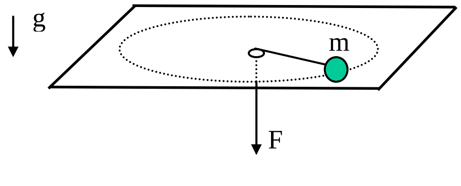


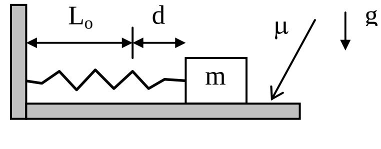
(Prob. B.29)

B.29.- Las partículas P_1 y P_2, cuyas masas son m_1 y m_2, respectivamente, están unidas por una cuerda de largo D y descansan sobre una superficie horizontal, con la cual tienen un roce despreciable. La cuerda desliza por un aro A fijo a la mesa . En el instante inicial, cuando la posición de las partículas es la indicada en la figura, se le da un impulso v_o a la partícula P_2 en dirección perpendicular a la cuerda. Encuentre una expresión para la rapidez de la partícula P_2 en función de su distancia r al aro A.

B.30.- Una partícula P de masa m se desplaza con roce despreciable sobre una superficie horizontal, atada a una cuerda inextensible que pasa por un agujero, tal como se indica en la figura. En el extremo inferior de la cuerda se aplica hacia abajo una fuerza F . Inicialmente el bloque está describiendo un círculo de radio R para lo cual es necesario aplicar una fuerza F_o sobre la cuerda.

a) calcule la velocidad del bloque en las condiciones descritas.
b) si la magnitud de F disminuye bruscamente a un valor constante igual a $1/3\ F_o$, la distancia de P al centro empieza a aumentar, mientras la partícula describe una espiral hasta llegar a una nueva trayectoria de equilibrio. Calcular la velocidad de la partícula en el instante cuando su distancia al centro es $1.2\ R$.





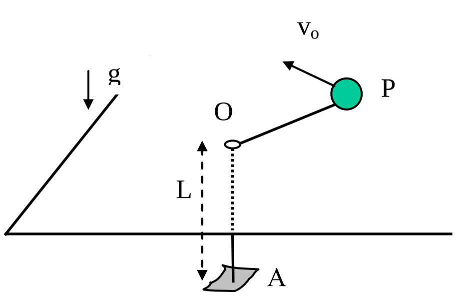
(Prob. B.30) (Prob. B.31)

B.31.- Considere un bloque de masa *m* colocado sobre una superficie horizontal y sujeto por un resorte de largo natural L_o y constante elástica *k* , en la forma como se indica en la figura. Suponga que el coeficiente de roce estático y cinético entre el bloque y la superficie es μ. El bloque se libera desde el reposo con el resorte estirado en una distancia *d*. Determine:

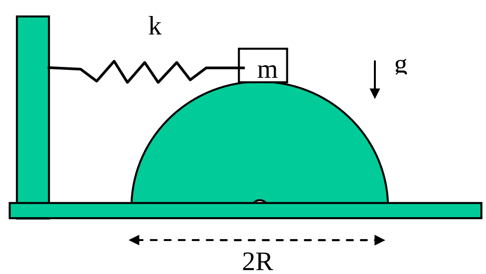
a) la compresión máxima que experimenta el resorte.
b) el número de oscilaciones que da el bloque antes de detenerse.

B.32.- La partícula P de masa *m* desliza sobre una superficie horizontal fija, unida al extremo de un elástico de largo natural *L* y constante elástica *k* , que pasa por el agujero O. El otro extremo del elástico está fijo en el punto A, localizado a una distancia *L* verticalmente por debajo de O. Todas las fuerzas de roce son despreciables. Cuando el elástico está estirado éste ejerce una fuerza *F* que es directamente proporcional a su deformación. En el instante inicial el largo del elástico es *2L* y la velocidad de la partícula es v_o en una dirección perpendicular al mismo. Determine:

a) ecuación de la trayectoria de la partícula en coordenadas cartesianas
b) máxima deformación que experimenta el elástico.
b) tiempo que demora la partícula en completar una vuelta en torno a O.



(Prob. B.32)



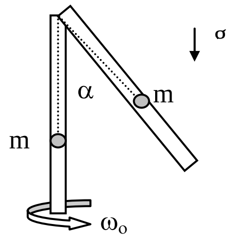
(Prob. B.33)

B.33.- Un bloque de masa *m* se encuentra sobre la parte más alta de un semicilindro, atado a un resorte de constante elástica *k*, como se indica en la figura. En el instante que el bloque se suelta el resorte está comprimido en una distancia *d*. El bloque desliza a lo largo de la superficie curva hasta eventualmente alcanzar la base. Derive una relación entre *m, k* y *d* para que la masa no se despegue de la superficie antes de alcanzar la base.

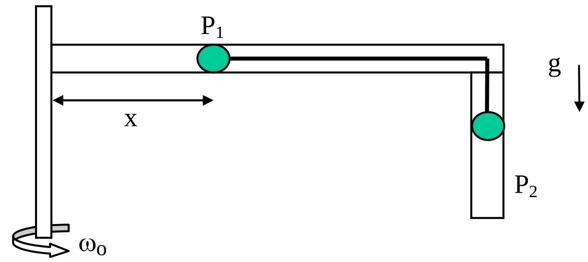
B.34.- El tubo doblado en ángulo recto que se indica en la figura, está girando en torno a un eje vertical con velocidad angular constante ω_o. La partícula P_1 de masa *m* y la partícula P_2 de masa *2 m* están unidas por una cuerda inextensible. Todos los roces son despreciables. Si P_1 se suelta a partir del reposo en la posición x=0, determine su rapidez con respecto al tubo al llegar al punto en que la tensión de la cuerda se anula.

a) determine los valores posibles de velocidad angular ω_o para los cuales es la partícula colocada en el tubo inclinado la que cae.
b) Determine los valores posibles de m, considerando una velocidad angular ω_o constante, para los cuales es la partícula que se mueve en el tubo vertical la que cae

---



(Prob. B.34)



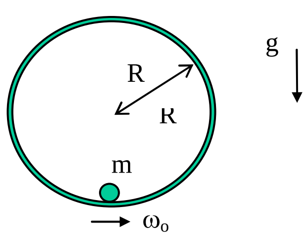
(Prob. B.35)

B.35.- Considere dos partículas de masa *m* cada uno que deslizan por el interior de dos tubos, uno de las cuales se encuentra en posición vertical y el otro formando un ángulo α con el primero, tal como se indica en la figura. El conjunto rota con velocidad angular constante ω_o alrededor de la barra vertical. Las dos partículas están unida entre si por una cuerda inextensible de largo *L*. La partícula que desliza por el tubo inclinado se encuentra inicialmente a una distancia *d* del vértice superior. Suponga además que los coeficientes de roce estático y cinético entre las partícuñas y la superficie interior de los tubos valen μ, y son tales que si el sistema no rota, la partícula en el tubo vertical desliza hacia abajo.

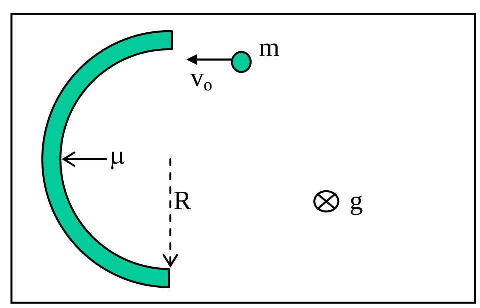
a) determine los valores posibles de velocidad angular ω_o para los cuales es la partícula colocada en el tubo inclinado la que cae.
b) determine los valores posibles de *m* para los cuales es la partícula que se mueve en el tubo vertical la que cae.

B.36.- Un bloque pequeño de masa *m* se encuentra apoyado en la superficie interna de un cilindro de radio *R*, con la cual tiene un coeficiente estático de roce μ_e. El eje del cilindro es horizontal y el conjunto se encuentra inicialmente en reposo, con el bloque colocado en la parte mas baja del cilindro.En un cierto instante el cilindro se pone a girar sobre su eje con una aceleración angular constante α.

a) determine el valor mínimo de μ_e para que el bloque no deslice.
b) demuestre que si el bloque no resbala sobre la superficie del cilindro en ese instante, entonces gira solidariamente con el sin nunca resbalar.



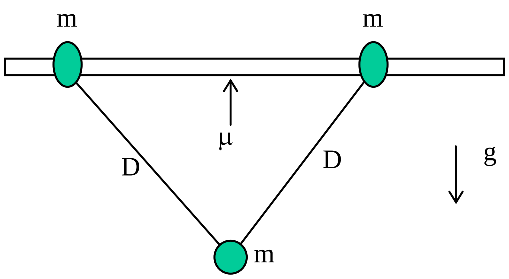
(Prob. B.36)



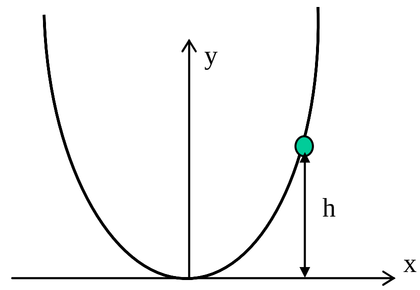
(Prob. B.37)

B.37.- Considere una superficie horizontal sobre la cual desliza con roce despreciable una partícula de masa *m*, moviéndose con una velocidad constante v_o. En un punto de su trayectoria la partícula se empieza a mover a lo largo de la parte cóncava de una pared semicircular, con la cual tienen un coeficiente de roce cinético μ_c Calcule la velocidad de la partícula al llegar al otro extremo de la pared y el tiempo que demora en hacerlo.

B.38.- Dos anillos iguales, de masa *m* cada uno, se encuentran en una barra horizontal con la cual tienen un coeficiente de roce estático μ_e. Los anillos están unidos entre si por un hilo de largo *2D*, del cual cuelga un cuerpo de masa *m*. Encuentre la máxima separación entre los anillos que permite que el sistema permanezca en equilibrio estático.



(Prob. B.38)



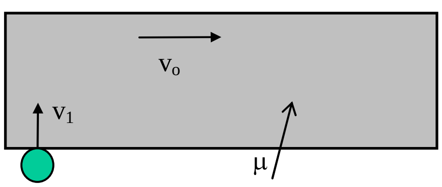
(Prob. B.39)

B.39.- Considere un anillo de masa *m* que desliza sin roce por un alambre cuya forma está dada por la ecuación $y=a\,x^2$, donde *x* e *y* indican las direcciones horizontal y vertical, respectivamente. El anillo se deja caer con velocidad inicial nula desde una altura *h*.

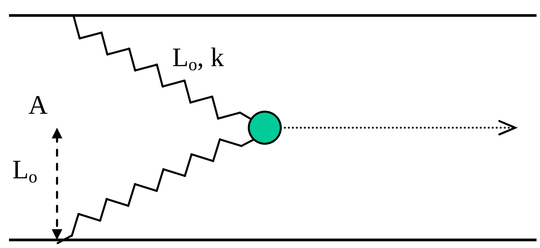
a) determine, sin utilizar conceptos de energía, la velocidad de la partícula en el punto más bajo de su trayectoria.
b) calcule la magnitud de la fuerza que el alambre ejerce sobre la partícula en ese punto.

B.40.- Considere una cinta transportadora que se mueve horizontalmente con velocidad constante v_o. En un cierto instante se lanza desde el borde de la cinta y en dirección perpendicular a ella una partícula de masa *m* con velocidad v_1. Los coeficientes de roce estático y cinético entre la partícula y la superficie de la cinta son iguales a μ. Determine:

a) vector de posición, velocidad y aceleración de la partícula con respecto a un sistema de coordenadas que se desplaza con la cinta.
b) ecuación de la trayectoria de la partícula con respecto a un sistema fijo, colocado fuera de la cinta.



(Prob. B.40)

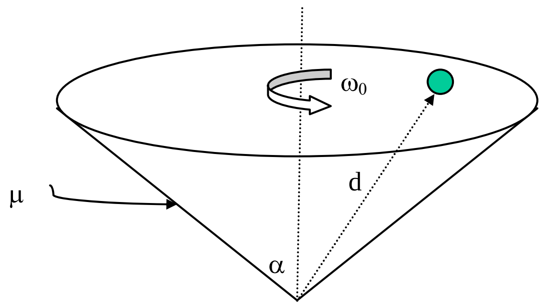


(Prob. B.41)

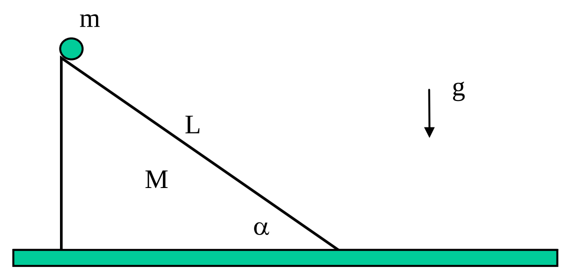
B.41.- Considere que el sistema de freno de un avión de masa *m* que aterriza sobre un portaviones está constituido por dos resortes iguales de largo natural L_o y constante elástica *k*. El avión hace contacto con el punto A de la pista y debe detenerse a una distancia *D*. Suponiendo que el avión se detiene sólo por la acción de los resortes, determine:

a) constante elástica que deben tener los resortes.
b) aceleración máxima que experimenta el piloto durante el aterrizaje.

B.42.- En el interior de un cono invertido, que gira con velocidad angular constante ω_o con respecto a su eje de simetría puesto en posición vertical, como se muestra en la figura, se encuentra una partícula de masa *m*, en reposo relativo al cono y a una distancia *d* de su vértice. El coeficiente de roce estático entre la partícula y la superficie es μ. Este no es suficiente para mantener la partícula en la posición indicada en la figura si la superficie deja de girar. Determine el intervalo de valores posibles de ω_o para los cuales la partícula se mantiene en reposo, relativo al cono.



(Prob. B.42)



(Prob. B.43)

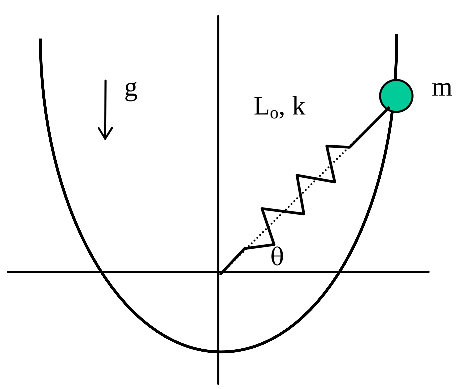
B.43.- Considere una cuña de masa *M* colocada sobre una superficie horizontal. El largo *L* de la superficie inclinada así como el ángulo α que forma con la horizontal son conocidos. En el punto mas alto de la cuña se coloca una partícula de masa *m*. El sistema se libera desde el reposo. Considerando que todos los roces son despreciables, determine:

a) velocidades de la cuña y del bloque en el momento que éste llega a la superficie horizontal.
b) tiempo transcurrido hasta que esto ocurre.
c) aceleración de ambas cuñas, si el coeficiente de roce cinético entre el bloque y la cuña es μ_1 y entre la cuña y la superficie es μ_2 (y asumiendo además que los roces estáticos no son suficientes para mantener el sistema en reposo)

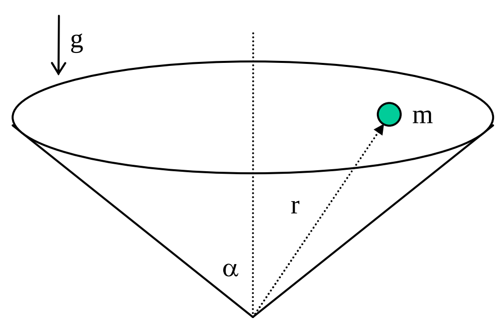
B.44.- Considere un alambre cuya forma en el plano vertical está dada por la ecuación $\rho(\theta) = \dfrac{2p}{1-\operatorname{sen}\theta}$

Por el alambre desliza con roce despreciable un anillo de masa *m*, el cual se encuentra atado al origen del sistema de coordenadas polares mediante un resorte de constante elástica *k* y largo natural $L_0=2p$, tal como se muestra en la figura adjunta. En el instante inicial el anillo se libera desde el reposo a una distancia *4p* del origen. Determine:

a) rapidez de la partícula en función de θ
b) altura z_o a la cual se debe colocar inicialmente la partícula para que llegue con velocidad nula al punto A.



(Prob. B.44)



(Prob. B.45)

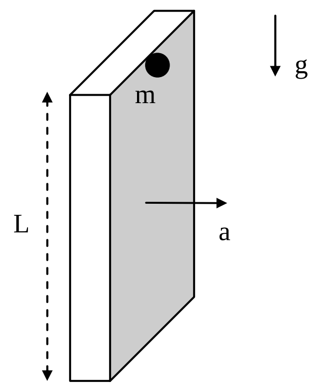
B.45.- Una partícula de masa *m* desliza con roce despreciable por la superficie interior de un cono invertido, con su eje colocado en posición vertical, como se indica en la figura.

a) escriba las ecuaciones de movimiento de la partícula en un sistema de coordenadas esféricas.
b) determine la distancia radial r_o en la cual la partícula se puede mantener en movimiento circular horizontal con rapidez v_o.

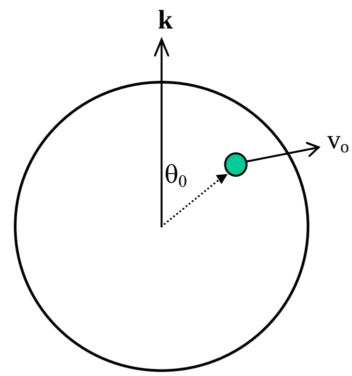
c) perturbe ligeramente el movimiento anterior en la dirección de la generatriz del cono y determine el periodo de las pequeñas oscilaciones que se generan en la distancia al vértice del cono.

B.46.- Considere un bloque rectangular cuya dimensión vertical es *L*. Una partícula de masa *m*, colocada inicialmente en el borde superior del bloque, se libera desde el reposo en el mismo momento que éste es forzado a desplazarse hacia la derecha con una aceleración uniformemente creciente $a=\alpha t$, donde α es una constante positiva conocida. El coeficiente de roce cinético entre la partícula y el bloque es μ_c.

Determine el valor mínimo de μ_c para que la partícula se detenga, relativa al bloque, antes que llegue a su borde inferior.



(Prob. 46)



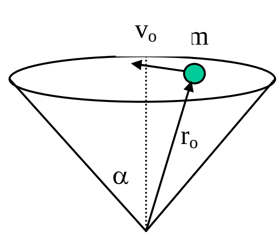
(Prob. 47)

B.47.- Una partícula de masa *m* se mueve en un ambiente sin gravedad por el interior de un casquete esférico de radio *R*. En un cierto instante se lanza la partícula a lo largo de la superficie interior, con una velocidad v_o perpendicular a la dirección ***k*** indicada en la figura, en una posición donde el radio vector forma un ángulo θ_o con el eje *k*.

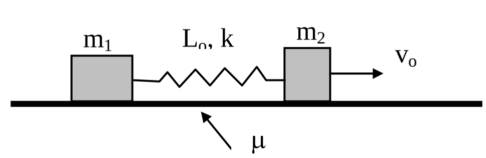
a) demuestre que el momento angular de la partícula con respecto al centro de la esfera se conserva.
b) describa la órbita que sigue la partícula.
c) si la órbita de la partícula es cerrada calcule el tiempo que demora en volver al punto inicial.

B.48.- En un ambiente sin gravedad se lanza una partícula de masa *m* por el interior de una superficie cónica de apertura α, con la cual tiene un roce despreciable. En el instante inicial la partícula se encuentra a una distancia r_o del vértice del cono y su velocidad es v_o en una dirección perpendicular a su eje.

a) escriba las ecuaciones de movimiento en coordenadas esféricas
b) a partir de la solución de las ecuaciones de movimiento, describa el movimiento resultante.



(Prob. B.48)

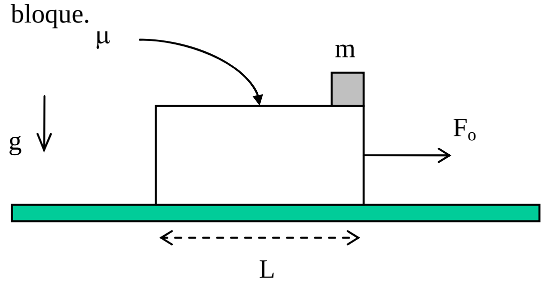


(Prob. B.49)

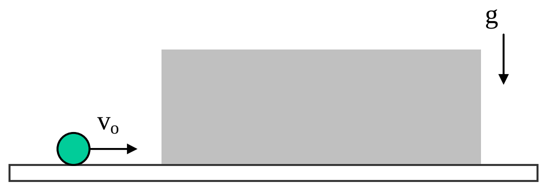
B.49.- Dos bloques de masa m_1 y m_2 se encuentran en reposo sobre una superficie horizontal con la cual tienen un coeficiente de roce estático y cinético igual a μ. Los bloques están unidos entre si por un resorte ideal de largo natural L_o y constante elástica *k*. Inicialmente el resorte no se encuentra deformado.Si el bloque m_2 es impulsado con una velocidad v_o alejándose del otro bloque en la dirección del resorte, encuentre el máximo valor de v_o para que el bloque m_1 permanezca en reposo.

B.50.- Considere un bloque de masa M y largo L, colocado sobre una superficie horizontal con la cual tiene un roce despreciable. Sobre el bloque, y en uno de sus extremos se encuentra una partícula de masa m. Los coeficientes de roce estático y dinámico entre la partícula y el bloque son iguales a μ. A partir de un cierto instante se aplica una fuerza horizontal F_o sobre el bloque de modo que su magnitud crece linealmente con el tiempo $(F_0=kt)$. Determine :

a) el tiempo que transcurre hasta que la partícula empieza a deslizar sobre el bloque.
b) distancia absoluta que recorre la partícula desde el momento que empieza a deslizar hasta que cae del bloque.



(Prob. B.50)

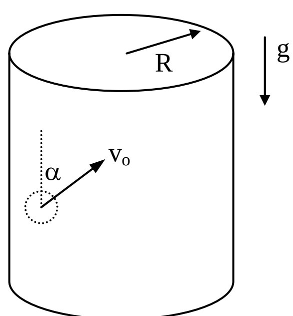


(Prob. B.51)

B.51.-Una partícula que desliza con roce despreciable sobre una superficie horizontal, entra con velocidad v_o en un medio gaseoso donde experimenta una desaceleracion que depende de su rapidez v, en la forma $a= -kv^n$ (n > 0). Demuestre que si $n=1$ el camino recorrido por la partícula hasta su detención es acotado independiente de v_o, mientras que si $n=2$ la partícula se aleja indefinidamente, mientras se encuentre en el medio gaseoso.

B.52.- Se lanza una partícula hacia arriba por la cara interior de una superficie cilíndrica de eje vertical y de radio R, de modo que el vector velocidad inicial v_o forma un ángulo $\pi/4$ con la vertical. Determine:

a) el esfuerzo que la superficie del cilindro ejerce sobre la partícula cuando ésta alcanza el punto más alto de la trayectoria ?
b) la magnitud de la velocidad inicial v_o para que la partícula regrese justo al punto de partida después de dar 2 vueltas?



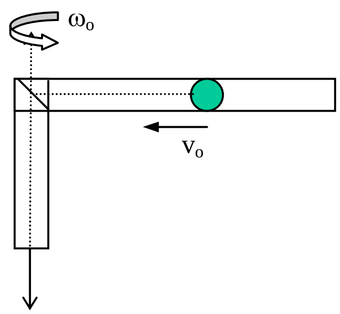
(Prob. B.52)

B.53.- Se lanza en el aire, verticalmente hacia arriba, una partícula de masa m, con velocidad v_o. La fuerza de roce viscoso con el aire es proporcional a la rapidez de la partícula (F_{roce} = - cv). Determine:
a) la altura máxima que alcanza la partícula
b) el tiempo que demora en alcanzar el punto más alto.

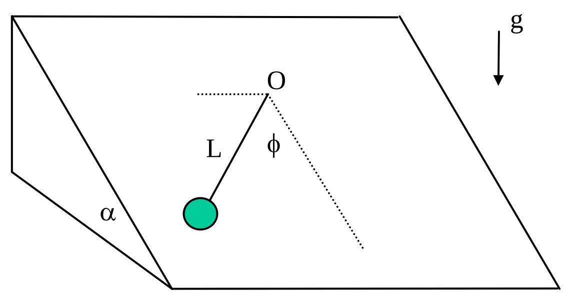
B.54.- Suponga que la magnitud de la fuerza de roce viscoso que ejerce el aire sobre una partícula de masa m es proporcional al cuadrado de su rapidez v ($F_{roce} = a\, v^2$, donde a es una constante). En estas condiciones demuestre que si se lanza la partícula verticalmente hacia arriba con una velocidad v_o, el tiempo que demora en alcanzar la altura máxima es acotado, sin importar la magnitud de v_o, pero la altura máxima no está acotada. Compare los tiempos de subida y de bajada de la partícula.

B.55.- Un tubo en forma de L gira con una velocidad angular constante ω_o alrededor de un eje que coincide con su brazo vertical. Por el interior del brazo horizontal se desplaza con roce despreciable una partícula de masa m que se mueve con rapidez constante v_o relativa al tuvo por la acción de una cuerda que es traccionada desde la base del brazo vertical. Inicialmente la partícula se encuentra a una distancia ρ_o del eje de rotación.

a) determine la velocidad y aceleración absolutas de la partícula en función de su distancia ρ al eje de rotación.
b) calcule el radio de curvatura R_c de la trayectoria de la partícula, en función de su distancia ρ al eje de rotación
c) determine en función de ρ la tensión de la cuerda y la fuerza que la pared del tubo ejerce sobre la partícula.



(Prob. B.55)

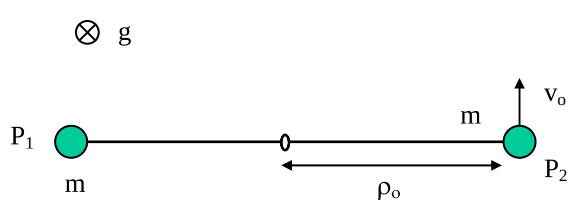


(Prob. B.56)

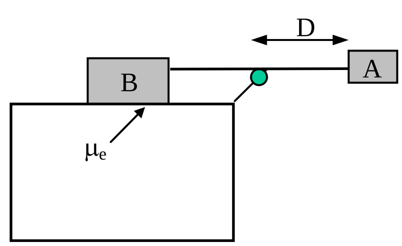
B.56.- Una partícula de masa m se mueve sobre un plano inclinado rugoso, atada al extremo de una cuerda de largo L. El otro extremo de la cuerda ese encuentra fijo en un punto O del plano inclinado. La partícula se suelta desde el reposo, con la cuerda extendida, formando un ángulo $\theta = \pi/2$ con la línea de máxima pendiente. El roce estático no es suficiente para mantener la partícula en reposo. Determine el valor del coeficiente de roce cinético entre la superficie y la partícula, de modo que ésta se detenga justo en el punto donde $\phi = 0$.

B.57.- Dos partículas P_1 y P_2 de masa m cada una están colocadas sobre un plano horizontal y unidas entre si por una cuerda inextensible de largo L. La cuerda pasa por un anillo fijo a la superficie, de modo que en el instante inicial la partícula P_1 se encuentra a una distancia ρ_0 de el. La partícula P_1 no tiene roce con la superficie, mientras que la otra tiene un coeficiente de roce estático y cinético iguales a μ. Si se imprime una velocidad v_o a la partícula P_1 en dirección perpendicular a la cuerda determine:

a) valor máximo de v_o para que P_2 no se mueva.
b) suponiendo que la velocidad inicial v_o es suficientemente grande para que la partícula P_2 deslice, determine la tensión de la cuerda en el instante inicial.



(Prob. B.57)



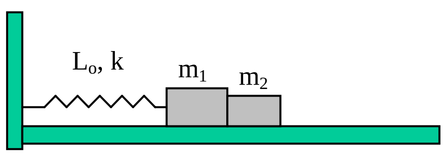
(Prob. B.58)

B.58.- Dos bloques A y B de masa m y $3m$ respectivamente, se encuentran atados entre si por una cuerda inextensible de largo L en la forma indicada en la figura. El bloque B descansa sobre una superficie horizontal con la que tiene un coeficiente de roce estático μ_ε. Si se suelta el bloque A desde el reposo, determine:

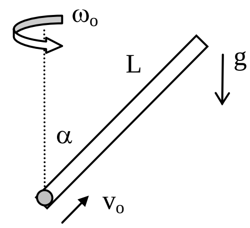
a) fuerza de tracción que ejerce la cuerda en el momento inicial.
b) valor mínimo del coeficiente de roce estático para que el bloque B no se desplace.
c) fuerza máxima que en ese caso ejerce la cuerda sobre el bloque B, antes que el bloque A golpee la pared vertical
d) si el coeficiente de roce estático es la mitad del calculado en b), determine el ángulo que la cuerda forma con la horizontal en el momento que el bloque B comienza a deslizar.

B.59.- Considere dos bloques de masas m_1 y m_2 colocados uno junto al otro sobre una superficie horizontal sobre la cual pueden deslizar con roce despreciable. El bloque m_1 se encuentra atado al extremo de un resorte de constante k y largo natural L_o, cuyo otro extremo está fijo. Si el sistema se libera desde el reposo en una posición en la cual el resorte está comprimido en una distancia d, calcule:

a) tiempo que transcurre hasta que los dos bloques se despegan.
b) trabajo realizado por la fuerza de interacción de m_1 sobre m_2 desde el instante inicial hasta que los bloques se separan.
c) amplitud de la oscilación resultante del bloque m_1



(Prob. B.59)

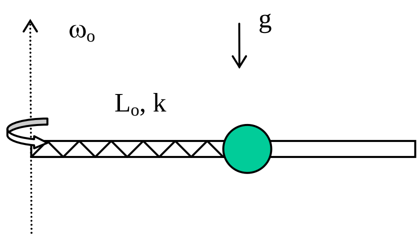


(Prob. B.60)

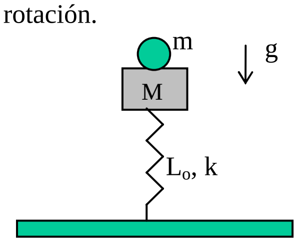
B.60.-Un tubo de largo L gira con velocidad angular constante ω_o con respecto a un eje vertical que pasa por su extremo inferior. El tubo forma un ángulo α con la vertical. En un cierto instante se lanza una partícula de masa m desde el extremo inferior del tubo, con una velocidad v_o relativa a el.

a) determine el valor mínimo de v_o para que la partícula escape por el extremo superior del tubo.
b) si v_o es menor que el valor determinado en a) calcule, en función de v_o, cuanto asciende la partícula por el interior del tubo

B.61.- Una esfera de masa m tiene un agujero que le permite deslizar con roce despreciable a lo largo de una barra rígida horizontal que rota con una velocidad angular ω_o alrededor de un eje vertical que pasa por su extremo. La esfera está unida al eje de rotación mediante un resorte de largo natural L_o y constante elástica k. El aire ejerce una fuerza de roce viscoso sobre la esfera, cuya componente a lo largo de la barra es igual a cv, donde v es la velocidad relativa de la esfera con respecto a la barra y c es una constante. Si la esfera se libera en reposo relativo a la barra desde una posición donde el resorte no está deformado, determine en función del tiempo la velocidad relativa de la esfera y su distancia al eje de rotación.



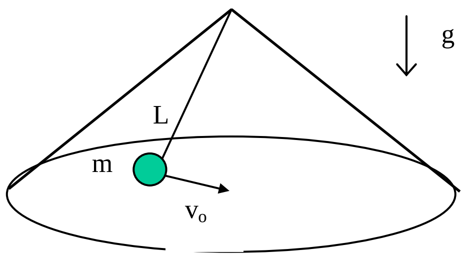
(Prob. B.61)



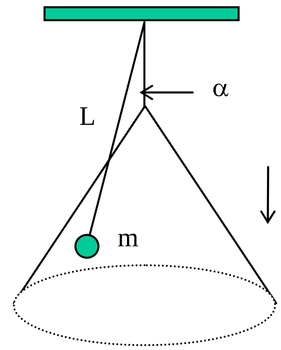
(Prob. B.62)

B.62.- Un bloque de masa M se encuentra sobre un resorte de largo natural L_o y constante elástica k colocado en posición vertical. El otro extremo del resorte está fijo en un superficie horizontal. Sobre el bloque se coloca una partícula de masa m . El sistema se libera con el resorte comprimido en una distancia d con respecto de la posición de equilibrio. Calcule la altura máxima sobre la superficie que alcanza la partícula.

B.63.- Por la superficie interior de un cono invertido apoyado sobre una superficie horizontal se desplaza una partícula de masa m, atada a una cuerda de largo *L* cuyo otro extremo se encuentra fija al vértice del cono. La distancia de la partícula al eje del cono es *R*. Considere que el coeficiente de roce cinético entre la partícula y la pared cónica es μ_c. Suponiendo que la velocidad inicial v_o de la partícula es suficiente para mantenerla en contacto con la superficie del cono, determine el tiempo que transcurre antes que la partícula se separe de ella y su velocidad en ese instante.



(Prob. B.63)

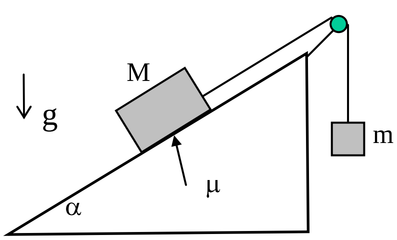


(Prob. B.64)

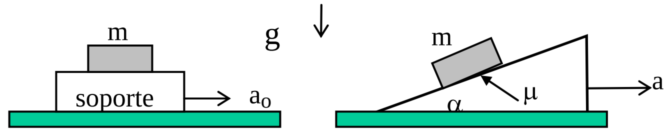
B.64.- Una partícula de masa *m* se encuentra en movimiento circular uniforme sobre la superficie de un cono de ángulo de apertura β, sujeto de una cuerda inextensible de largo *L* que está atada a un punto localizado sobre el vértice del cono. El roce entre la partícula y la superficie del cono es despreciable. Si la cuerda forma un ángulo α con la vertical, determine la fuerza que el cono ejerce sobre la partícula y la tensión de la cuerda.

B.65.- Una partícula de masa *m* se lanza hacia arriba a lo largo de la línea de máxima pendiente de un plano inclinado de pendiente α, y con el cual tiene un coeficiente de roce cinético μ_c. Determine la razón entre los tiempos de subida y de bajada (suponiendo que la partícula vuelve a su posición de origen).

B.66.- Considere dos bloques de masa *m* y *M* respectivamente. El bloque de masa *M* se mueve sobre un plano inclinado (de ángulo α) y se encuentra atado al bloque de masa *m* mediante una cuerda inextensible de largo *L* que desliza sin roce por una polea, tal como se indica en la figura. El coeficiente de roce cinético entre la partícula de masa *M* y la superficie del plano inclinado es μ_c. Calcule la magnitud de la aceleración de las dos partículas y la tensión de la cuerda. Suponga que inicialmente las dos partículas están en reposo y que la cuerda se encuentra extendida. Considere además que relación entre las masas y el coeficiente de roce son tales que es la masa *m* la que desciende.



(Prob. B.66)

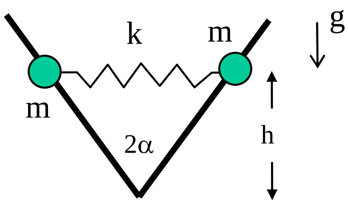


(Prob. B.67)

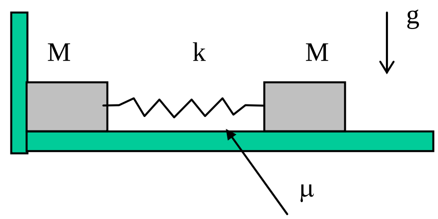
B.67.- Se ha determinado en forma experimental que si el bloque de masa *m* indicado en la figura se coloca sobre un soporte horizontal, éste se puede acelerar horizontalmente hasta un valor a_o antes que el bloque deslice sobre el soporte. Si se coloca el bloque sobre una cuña del mismo material, (de ángulo α), calcule cuál es la máxima aceleración horizontal (a) que se puede dar a este soporte en el sentido indicado en la figura para que el bloque no deslice sobre él (asuma que si la cuña está en reposo el bloque no desliza).

B.68.- Considere 2 anillos, ambos de masa *m*, que deslizan sin roce a lo largo de las barras dipuestas como se muestra en la figura, formando un ángulo 2α entre ellas. Los anillos están unidos entre si mediante un resorte de constante elástica k. En el instante inicial la compresión del resorte es d y los anillos se encuentran en reposo a una altura h sobre el vértice que forman las dos barras. Cuando el sistema se libera, los anillos empiezan a subir por las barras. Determine:

a) la rapidez máxima que alcanzan los anillos una vez que el sistema se libera.
b) el desplazamiento a lo largo de las barras hasta que se alcanzan la altura máxima sobre el vértice.



(Prob. B.68)



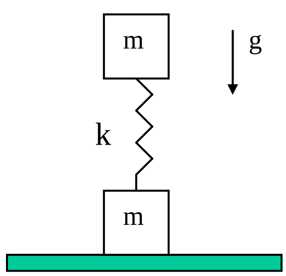
(Prob. B.69)

B.69.- Considere dos bloques de masa M cada uno, unidos por un resorte de constante elástica k y colocados sobre una superficie horizontal. El coeficiente de roce estático y cinético entre los bloques y la superficie horizontal es μ. Si uno de los bloques está apoyado sobre una pared vertical, calcule la compresión mínima (d_{min}) que hay que dar al resorte para que al soltarlo el bloque que se encuentra apoyado contra la pared eventualmente se desprenda de ésta.

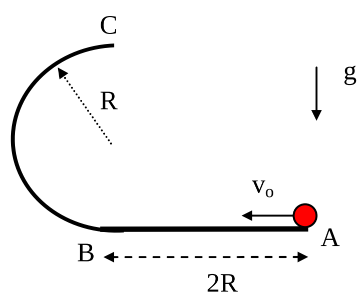
B.70.- Considere un péndulo de largo L y masa m que se mueve en un medio viscoso. El péndulo se suelta desde el reposo con un ángulo inicial θ_o respecto de la dirección vertical.

a) calcule en forma aproximada como varia el ángulo θ en función del tiempo sabiendo que la fuerza viscosa es proporcional a la velocidad ($F=-cv$) donde el coeficiente $c=m\sqrt{\dfrac{g}{L}}$
b) calcule el periodo de las pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio.

B.71.- Considere un sistema formado por dos bloques de masa m cada uno, unidos por un resorte de constante elástica k. El sistema descansa en posición vertical sobre una superficie horizontal, tal como se indica en la figura. Determine la compresión mínima del resorte con respecto a su largo natural, para que al liberar al sistema desde el reposo el bloque inferior eventualmente se despegue del suelo.



(Prob. B.71)



(Prob. B.72)

B.72. Considere una partícula de masa m colocada en el borde de una superficie horizontal de largo $2R$ cuyo otro extremo se prolonga en una superficie cilíndrica de radio R, como se indica en la figura. El roce entre la partícula y la superficie es despreciable. Determine:

a) la rapidez inicial mínima que debe tener la partícula para que luego de deslizar entre los puntos A y B de la superficie horizontal, suba por la superficie cilíndrica hasta alcanzar el punto C .

---

b) con la condición especificada en a) determine a que distancia del punto A la partícula vuelve a impactar la superficie horizontal.

B.73.- Un globo aerostático rígido de radio R y masa m, asciende verticalmente desde el suelo ($z = 0$) donde inicialmente se encuentra en reposo, impulsado por el empuje proporcionado por el aire desplazado (principio de Arquímides). Debido a la disminución exponencial de la densidad del aire con la altura, la fuerza de empuje sobre el globo también disminuye exponencialmente siguiendo la relación $F_e = m_o\, g\, e^{-az}$, donde m_o y a son constantes, $m_o > m$, y g es la aceleración de gravedad. El roce con el aire se considera despreciable. Encuentre:

a) una relación para determinar la altura máxima que alcanza el globo.
b) la altura donde la velocidad de ascenso del globo es máxima y la magnitud de ésta.
c) la altura del punto de equilibrio y el periodo de las pequeñas oscilaciones en torno a el.

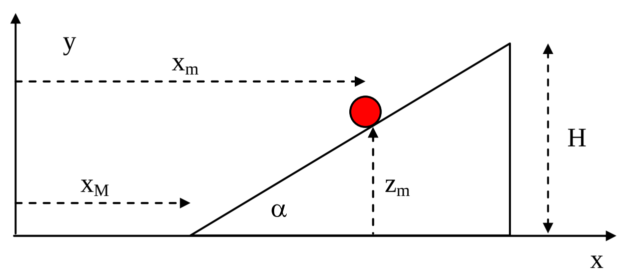
B.74.- Considere un móvil de masa m que es forzado a moverse con rapidez constante v_o sobre una trayectoria horizontal que en coordenadas polares está descrita por la expresión siguiente, partiendo de una condición inicial donde $\theta = 0$:

$$\rho = \rho_o\, e^{a\theta}$$

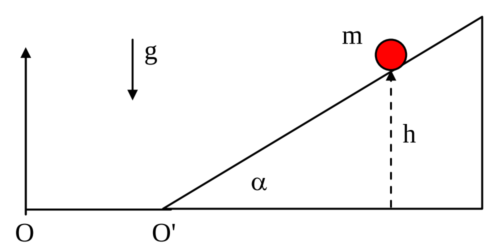
a) determine el camino recorrido por el móvil cuando duplica su distancia al origen del sistema de coordenadas.
b) si alguien filma al móvil desde el origen del sistema de coordenadas, determine la velocidad angular de la cámara en función del tiempo.
c) calcule la fuerza que se ejerce sobre el móvil en el punto cuando ha duplicado su distancia al origen.

B.75. Considere una partícula de masa m colocada sobre una cuña de masa M, altura H e inclinación α, la cual a su vez se puede mover con roce despreciable sobre una superficie horizontal. El roce entre la partícula y la cuña también es despreciable. El sistema se libera desde el reposo, con la partícula colocada en la parte más alta de la cuña. Con respecto al sistema x-y especificado en la figura:

a) determine las ecuaciones de movimiento para las posiciones $\mathbf{x_M}$, $\mathbf{x_m}$ **y** $\mathbf{z_m}$ en función de las fuerzas que actúan.
b) demuestre que la fuerza de interacción entre la partícula y la cuña es constante.
c) calcule el tiempo que demora la partícula en llegar a la superficie horizontal.
d) calcule la velocidad de la cuña en ese instante.



(Prob. B.75)



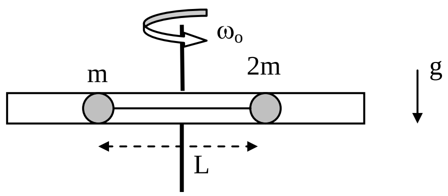
(Prob. B.76)

B.76.- Considere una cuña de ángulo α, como se muestra en la figura, que oscila horizontalmente de modo que: $OO' = A_o \operatorname{sen} \omega t$. Sobre la cuña, a una altura h, se encuentra una partícula de masa m que tiene un coeficiente de roce estático μ_e con la cuña. Si ésta estuviese en reposo, la partícula no caería. Si se fija la amplitud A_o de la oscilación, determine una condición para ω, de modo que la partícula no deslice sobre la cuña.

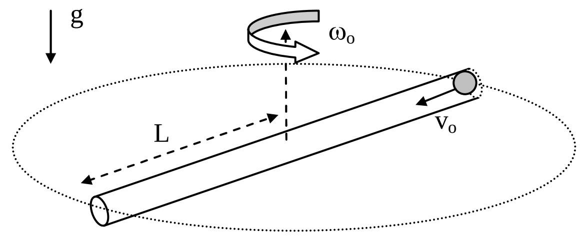
B.77.- Considere un tubo de largo 2L que rota con velocidad angular constante w_o alrededor de un eje vertical que pasa por su punto medio (ver figura). En el interior del tubo se encuentran dos partículas de masa m y 2m, respectivamente, unidas por una cuerda de largo L, e inicialmente en reposo con respecto al tubo ambas a una distancia L/2 del eje. El roce entre las partículas y el tubo es despreciable. Si en un cierto instante las partículas se liberan, determine:

---

a) la aceleración de la partícula 2m relativa al tubo, en el momento que las partículas se liberan.
b) la velocidad absoluta de la partícula 2m en el instante cuando llega al extremo del tubo.
c) fuerza que el tubo ejerce sobre la partícula 2m en ese instante.



(Prob. B.77)



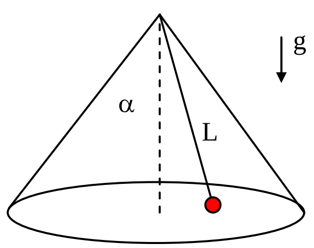
(Prob. B.78)

B.78.- Considere un tubo de largo 2L que gira con velocidad angular constante ω_o con respecto a un eje vertical que pasa por su punto central, tal como se indica en la figura. Desde el extremo del tubo en rotación se lanza hacia una partícula de masa m hacia el centro con una velocidad v_o relativa al tubo. El roce entre la partícula y el tubo es despreciable.

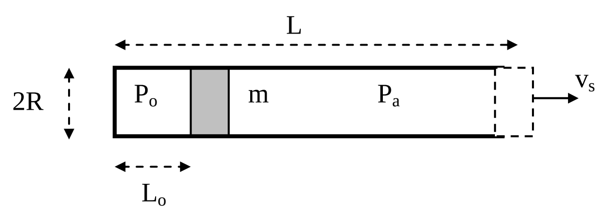
a) determine el valor de v_o para que la partícula llegue al centro con velocidad nula.
b) determine una expresión para la variación de la distancia radial r en función del tiempo. ¿cuánto demora la partícula en llegar al centro

B.79.- Una partícula de masa *m* se mueve con roce despreciable sobre la superficie de un cono cuya generatriz forma un ángulo α con la vertical. La partícula está sujeta al vértice del cono por una cuerda ideal de largo *L*, y describe un movimiento circunferencial con velocidad angular ω_o constante.

a) calcule las magnitudes de la tensión T de la cuerda y de la fuerza N que la superficie del cono ejerce sobre la partícula.
b) determine la velocidad angular w para la cual la fuerza N se anula. ¿cuál es el periodo de rotación correspondiente ?, ¿qué ocurre para velocidades angulares mayores ?



(Prob. B.79)



(Prob. B.80)

B.80.- Un proyectil de masa m se dispara mediante un cañón de aire comprimido, colocado en forma horizontal y fijo al suelo. Su largo es L y el radio es R. El proyectil es impulsado desde el reposo por la expansión del aire comprimido en una cámara de largo L_o a una presión P_o. Considere que en el lado abierto del cañón hay una fuerza opuesta ejercida por la presión atmosférica P_a (conocida y constante). A medida que el aire de la cámara se expande, su presión P disminuye de modo tal que el producto de P por el volumen de aire en la cámara se mantiene constante (P V = C).

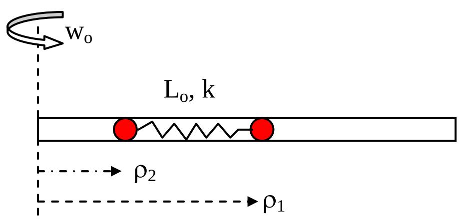
a) determine la rapidez v_s con que el proyectil sale del cañón.
b) ¿cuál es la condición para que la bala salga efectivamente del cañón? exprese el resultado en función de los parámetros del problema.
c) ¿cuál es el largo óptimo del cañón que maximiza la rapidez de salida del proyectil, dadas las condiciones iniciales de P_o y L_o ? ¿ cuál es la rapidez máxima ?

B.81.- Considere la estructura formada por un resorte de constante elástica k y largo natural L_o y dos bloques de masa m cada uno, unidos por una cuerda inextensible, en la forma que se indica en la figura. El bloque colocado sobre la superficie horizontal tiene con ella un coeficiente de roce estático $\mu_e < 1$ y un coeficiente de roce cinético $\mu_c < \mu_e$. El sistema se libera desde el reposo con el resorte no deformado.

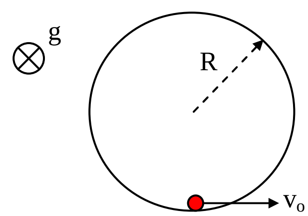
a) determine el estiramiento máximo que experimenta el resorte.
b) encuentre la rapidez máxima de los bloques.
c) dependiendo del valor de μ_c determine el valor mínimo de μ_e para que los bloques queden en reposo una vez que el resorte alcance su máximo estiramiento.

B.82.- Considere un tubo que gira con velocidad angular constante ω_o alrededor de un eje vertical, como se indica en la figura. En el interior del tubo se colocan dos partículas de masa *m* cada una, unidas por un resorte de largo natural L_o y constante elástica *k*. En el instante inicial las partículas están en reposo con el resorte sin deformar, y con una de las partículas colocada en el eje de rotación. Determine:

a) ecuaciones de movimiento para las distancias ρ_1 y ρ_2 al eje de rotación.
b) evolución en el tiempo de la distancia entre las dos partículas, si se cumple que $\omega_o^2 = 2k/m$
c) describa que sucede con la distancia entre las dos partículas si $\omega_o^2 < 2k/m$



(Prob. B.82)



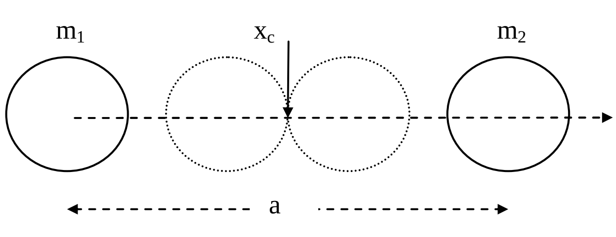
(Prob. B.83)

B.83.- Considere un estanque cilíndrico de radio R, lleno de un líquido que opone una fuerza de roce viscoso a una partícula que se mueve en su interior, que es proporcional a su velocidad ($\mathbf{F}_r = -k\mathbf{v}$). Una partícula colocada en la base del estanque, es impulsada con una velocidad v_o a lo largo de la pared. El coeficiente de roce cinético entre la partícula y la pared del estanque es μ_c y el roce con la base es despreciable. Determine:

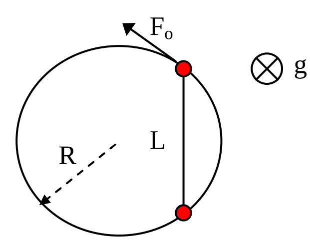
a) la distancia total que recorre la partícula hasta su detención.
b) compare el resultado anterior asumiendo que el roce viscoso es nulo.

B.84.- Dos planetas de igual radio R y de masas m_1 y m_2, respectivamente, convergen debido a la fuerza mutua de atracción gravitacional, partiendo desde el reposo con sus centros separados por una distancia a.

a) escriba las ecuaciones de movimiento para los centros de ambos planetas.
b) determine la posición x_c donde entran en contacto.
c) determine las velocidades absolutas de los planetas en el momento del choque.



(Prob. B.84)



(Prob. B.85)

B.85.- A lo largo de un aro de radio R, colocado en posición horizontal, se mueven con roce despreciable dos anillos, de masa m_1 y m_2, respectivamente. El anillo de masa m_1 es impulsado por una fuerza de magnitud constante F_o en dirección tangente al aro, y a su vez, arrastra el anillo de masa m_2 mediante una cuerda de largo $L = R\ 2^{1/2}$. Los anillos inician su movimiento desde el reposo, con la cuerda tensa, completando exactamente una vuelta en un tiempo t_o.

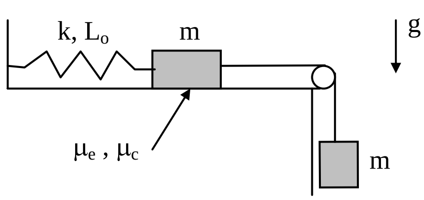
a) calcule la tensión de la cuerda en $t = t_o$.
b) suponga que en el instante $t = t_o$ la cuerda se corta pero la fuerza F_o continúa actuando sobre el anillo de masa m_1. En estas condiciones determine el tiempo que transcurre hasta que los anillos se juntan.

B.86.- Un esquiador está bajando una ladera con una pendiente de ángulo a con la horizontal. Dos roces intervienen: el roce con la nieve, caracterizado por un coeficiente de roce cinético μ_c y el roce viscoso con el aire, que es proporcional a la rapidez ($\mathbf{F}_r = -k\mathbf{v}$). Inicialmente el esquiador tiene una velocidad v_o en la dirección de máxima pendiente. Analice bajo que condiciones le sucede lo siguiente al esquiador:

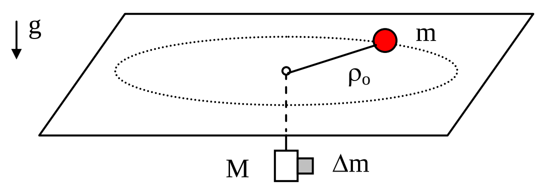
a) se detiene en un tiempo finito. ¿cuánto demora en hacerlo ?.
b) desciende cada vez más rápido.
c) desciende cada vez más lento, pero sin nunca detenerse.
d) mantiene constante la velocidad inicial v_o.

B.87.- Considere una estructura formada por un resorte de constante elástica k y largo natural L_o y dos bloques de masa m cada uno, unidos entre si por una cuerda inextensible, en la forma que se indica en la figura. El bloque que se encuentra sobre la superficie horizontal tiene con ella coeficientes de roce estático μ_e y cinético μ_c ($\mu_c < 1$). El sistema se libera desde el reposo en una posición en la cual el resorte no está deformado. Determine:

a) el estiramiento máximo del resorte.
b) la rapidez máxima de los bloques
c) relación entre μ_e y μ_c para que los bloques queden en reposo una vez que el resorte alcanza su máximo estiramento.



(Prob. B.87)



(Prob. B.88)

B.88.- Considere una partícula de masa m que está girando sobre una superficie lisa (roce despreciable) con rapidez constante v_o a lo largo de una trayectoria circular de radio ρ_o, atada a una cuerda inextensible cuyo otro extremo está fijo a un bloque de masa M, que cuelga por debajo de la superficie horizontal (ver figura).

a) determine el valor de la masa M en función de m, v_o y ρ_o.

Experimentalmente se comprueba que al pegar un elemento de masa Δm desconocido al bloque de masa M la partícula altera su trayectoria circular, de modo que la distancia mínima que alcanza del agujero central es $\rho_o/2$.

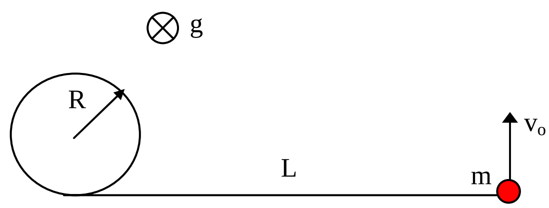
b) escriba una ecuación de movimiento para la distancia ρ de la partícula al agujero.
c) calcule la magnitud de Δm en función de M.

B.89.- Una partícula se desplaza sobre una superficie horizontal atada mediante una cuerda de largo L a un poste de sección circular de radio R. El roce entre la partícula y la superficie es despreciable. Si se impulsa la

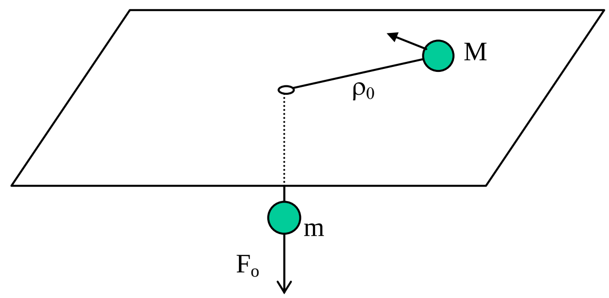
---

partícula con una velocidad inicial v_o, en dirección perpendicular a la cuerda, estando ésta extendida en una dirección tangente al poste (ver figura), determine:

a) tiempo que tarda la la cuerda en enrollarse completamente en el poste.
b) distancia que recorre la partícula mientras la cuerda se enrolla.
c) tensión de la cuerda cuando se ha enrollado la mitad de la cuerda.



(Prob. B.89)



(Prob. B.90)

B.90.- Considere un sistema de dos partículas de masa *M y m*, unidas entre si por una cuerda inextensible que desliza sin roce por un agujero en una superficie horizontal, como se muestra en la figura. Inicialmente la partícula *M* se encuentra a una distancia ρ_o del agujero.

a) determine la rapidez v_o que hay que dar a la partícula de masa *M* en dirección perpendicular a la cuerda para que quede girando en un círculo de radio ρ_o
b) a partir de un cierto instante, en las condiciones especificadas en a) se ejerce una fuerza F_o de magnitud variable en el tiempo sobre la partícula que está colgando, de modo que ésta se mueve hacia abajo con una rapidez v_1 constante. Determine el número de vueltas que habrá dado la partícula *M* hasta que su distancia al agujero haya disminuido a la mitad.
c) determine la magnitud de F_o en ese instante.

B.91.- Considere un bloque de masa *M* colocado sobre una superficie horizontal con la cual tiene coeficientes de roce estático y cinético iguales a μ_1. Sobre este bloque se encuentra otro de masa *m*, con el cual tiene coeficientes de roce estático y cinético iguales a μ_2. Se aplica sobre el bloque inferior una fuerza horizontal igual al triple de la necesaria para que el sistema formado por ambos bloques se mueva con velocidad constante. Si en estas condiciones el sistema acelera sin que se produzca desplazamiento relativo entre ambos bloques, determine:

a) la aceleración del sistema
b) la relación de orden que debe existir entre μ_1.y μ_2.