

Auxiliar 13

Pequeñas oscilaciones I

Profesor: Gonzalo Palma

Auxiliares: Eduardo Droguett, Javier Huenupi

Ayudante: Thiare González, Lukas Philippi

P1.- Oscilador amortiguado

Resuelva la ecuación de movimiento de un oscilador amortiguado, o sea, encuentre $x = x(t)$.

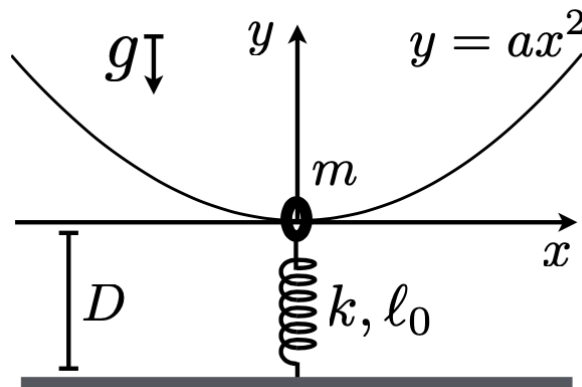
$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

Considere el caso $\gamma^2 - \omega_0^2 < 0$ y considere que en el tiempo inicial la partícula está en la posición x_0 y se le da una velocidad $\dot{x}_0$.

P2.- P3 C2 2015

Considere un alambre que describe una curva parabólica del tipo $y = ax^2$ en un plano vertical. Un anillo de masa m desliza con roce despreciable por el alambre, unido a un resorte de largo l_0 y constante elástica k . El otro extremo del resorte se encuentra atado a un punto fijo localizado a una distancia D del punto $(0, 0)$ del sistema de coordenadas (x, y) (ver figura). Asuma $a = 1/l_0$ y $D = 2l_0$.

- Si el anillo se encuentra inicialmente en el punto más bajo de la parábola, determine la velocidad v_0 con que se le debe impulsar para que alcance una altura D sobre la posición inicial
- Demuestre que el punto $(0, 0)$ es un punto de equilibrio estable
- Determine el periodo de las pequeñas oscilaciones del anillo alrededor del punto de equilibrio



Formulario

Puntos de equilibrio

De tener únicamente fuerzas conservativas (o que las no conservativas no ejerzan trabajo), los puntos de equilibrio r_0 cumplen que

$$\left. \frac{\partial U_{\text{tot}}(r)}{\partial r} \right|_{r=r_0} = 0.$$

Estos puntos pueden ser equilibrios estables o inestables según el signo de la segunda derivada

$$\left. \frac{\partial^2 U_{\text{tot}}(r)}{\partial r^2} \right|_{r=r_0} > 0 \quad (\text{estable}); \quad \left. \frac{\partial^2 U_{\text{tot}}(r)}{\partial r^2} \right|_{r=r_0} < 0 \quad (\text{inestable}),$$

donde U_{tot} está en función de la coordenada r y es el potencial total del sistema, o sea

$$U_{\text{tot}}(r) = \sum_i U_i(r).$$

Si la energía puede ser escrita en función de una sola variable, en este caso r , la frecuencia de oscilación en torno a los puntos de equilibrio **estables** está dada por

$$\omega = \sqrt{\left. \frac{\partial^2 U_{\text{tot}}(r)}{\partial r^2} \right|_{r=r_0} \frac{1}{m}}.$$