Auxiliar 10

Energía I

Profesor: Gonzalo Palma
Auxiliares: Eduardo Droguett, Javier Huenupi
Ayudante: Thiare González, Lukas Philippi

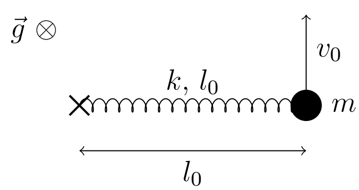
P1.-

Sobre una superficie horizontal **sin roce** una partícula de masa m se mueve ligada a un punto fijo mediante un resorte ideal de constante elástica k y largo natural l_0. En el instante mostrado en la figura su velocidad tiene magnitud v_0 y es perpendicular al resorte, el cual se encuentra en su largo natural.

a) ¿Cómo son las fuerzas que afectan la partícula?

b) Determine el valor de v_0 tal que la máxima longitud que el resorte alcance sea $4l_0$.

c) Determine también la máxima y mínima rapidez de la partícula en el movimiento resultante.



Dato: en la P3 del auxiliar 11 otoño 2023 pueden ver cómo se resuelve este problema ocupando dinámica

P2.- P2 Control 2 2014

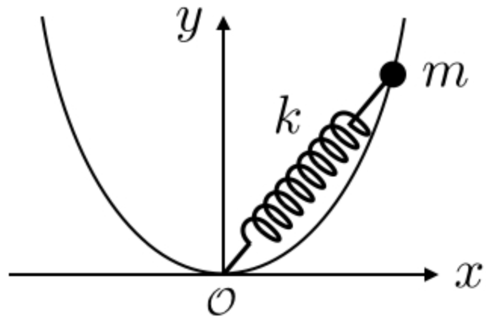
Un anillo de masa m puede deslizar sin roce por un alambre dado por $y = x^2/x_0$ (ver figura). El anillo está unido a un resorte ideal de constante k, largo natural nulo ($l_0 = 0$), y sujeto al punto $\mathcal{O}$. Además de la fuerza del resorte $\vec{F}_R$ y de la fuerza ejercida por el alambre $\vec{F}_A$, sobre el anillo acúa una fuerza externa

$$\vec{F}_E = \frac{k}{x_0}\left(xy\hat{\imath} + \frac{3x_0}{4}y\hat{\jmath}\right).$$

a) Identifique cuáles de estas fuerzas realizan trabajo. Justifique su respuesta.

b) Encuentre el trabajo total que se realiza sobre el anillo cuando este se mueve desde $x = x_0$ hasta $x = \lambda x_0$ con λ arbitrario

c) Encuentre todos los puntos en que el anillo posee la misma rapidez que la que tiene al pasar por el punto $x = x_0$



Formulario

Energía

La energía mecánica de un sistema de una partícula es igual a la suma de su energía cinética K y potencial U

$$\begin{aligned} E &= K + U \\ &= \frac{1}{2} m |\vec{v}|^2 + U \,, \end{aligned}$$

donde $|\vec{v}|$ es la rapidez de la partícula en el sistema de coordenadas que hayan elegido.

Trabajo

El trabajo ejercido por una fuerza se describe como la integral de tal fuerza en la trayectoria de la partícula

$$W_{A\to B} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r} \,.$$

El trabajo hecho por **todas las fuerzas no conservativas** nos da la diferencia de energía mecánica

$$E_B - E_A = W_{A\to B}^{\mathrm{NC}} \,.$$

El trabajo realizado por una **fuerza conservativa** $\vec{F}_{\mathrm{C}}$ se puede calcular con

$$W_{A\to B}^{\mathrm{C}} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F}_{\mathrm{C}} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = U(r_A) - U(r_B) \,,$$

donde U es el potencial asociado a $\vec{F}_C$, donde $\vec{F}_C = -\nabla U$.
Además, el **trabajo total** (considerando tanto fuerzas conservativas como no conservativas) se puede calcular como

$$W_{A\to B}^{\mathrm{tot}} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F}_{\mathrm{tot}} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = K(r_B) - K(r_A) \,.$$

Conservación de la energía

Las fuerzas conservativas **conservan la energía mecánica**

$$
\begin{aligned}
E_0 &= E_f \\
\Leftrightarrow K_0 + U_0 &= K_f + U_f \,.
\end{aligned}
$$

Las fuerzas conservativas más comunes son las fuerzas centrales $\vec{F} = F\hat{r}$. En general, una fuerza es conservativa si su rotor es 0

$$\nabla \times \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{F} = -\nabla U \,.$$

Ojo que una fuerza conservativa **sí** puede ejercer trabajo.