

P2

- a) Primero ocuparemos coord. polares con origen en la polea. Sabemos que la masa A se mueve con velocidad $-v_0 \hat{i}$ y como la cuerda es inextensible, esta se recoge a la misma tasa, o sea

$$\dot{r} = -v_0 \Rightarrow \ddot{r} = 0 \quad +0.2$$

mientras que el ángulo está dado por:

$$\begin{aligned} \phi = \arccos\left(\frac{H}{r}\right) &\Rightarrow \dot{\phi} = + \frac{1}{\sqrt{1-H^2/r^2}} \frac{H}{r^2} \dot{r} \\ &= - \frac{v_0 H}{\sqrt{r^4 - r^2 H^2}} \quad +0.2 \end{aligned}$$

Por pitágoras sabemos que $x=H \Rightarrow r=\sqrt{2}H$

$$\Rightarrow \dot{\phi}(r=\sqrt{2}H) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{v_0}{H}$$

y como la rapidez en estas coordenadas está dada por

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2} \quad +0.1$$

en $r=\sqrt{2}H$ sería

$$\begin{aligned} \|\vec{v}\|(r=\sqrt{2}H) &= \sqrt{v_0^2 + 2H^2 \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{H^2}} \\ &= \sqrt{2} v_0 \quad +0.3 \end{aligned}$$

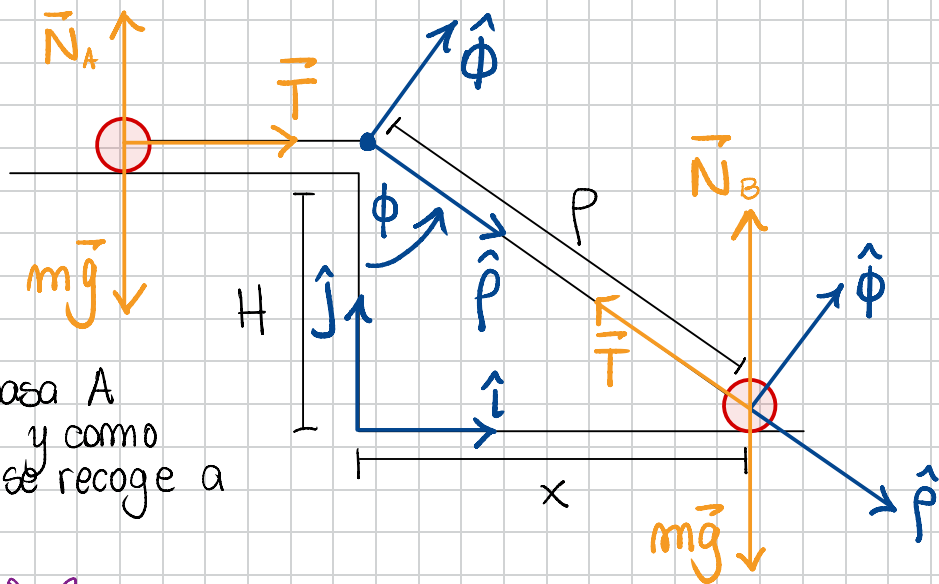
- b) Por la dirección de las fuerzas sobre B conviene pasar a las coord. cartesianas dibujadas. Los vectores $\{\hat{r}, \hat{\phi}\}$ por trigonometría estarían dados por

$$\hat{r} = \sin\phi \hat{i} - \cos\phi \hat{j} \quad \hat{\phi} = \cos\phi \hat{i} + \sin\phi \hat{j} \quad +0.2$$

donde sabemos que $\cos\phi = H/r$ y $\sin\phi = x/r$, así que la vel. en cartesianas quedaría como

$$\vec{v} = -\frac{v_0 r}{x} \hat{i} \quad +0.2$$

donde no tenemos componente en $\hat{j}$ como es de esperar



Para la aceleración derivamos

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -v_0 \left[-\frac{v_0}{x} + \frac{v_0 p^2}{x^3} \right] \hat{i} + 0.3$$

b) Toca identificar las fuerzas sobre B

$$\left. \begin{array}{l} \triangleright \text{Tensión: } \vec{T} = -T \sin \phi \hat{i} + T \cos \phi \hat{j} \\ \triangleright \text{Normal: } \vec{N}_b = N_b \hat{j} \\ \triangleright \text{Peso: } m\vec{g} = -mg \hat{j} \end{array} \right\} +0.6$$

así que la EOM vectorial sería

$$m\vec{a}_B = \sum_i \vec{F}_{iB}$$

$$\Leftrightarrow -mv_0 \left[-\frac{v_0}{x} + \frac{v_0 p^2}{x^3} \right] \hat{i} = -T \frac{x}{p} \hat{i} + T \frac{H}{p} \hat{j} + N_b \hat{j} - mg \hat{j} + 0.3$$

$$\Rightarrow \hat{i}) -mv_0 \left[-\frac{v_0}{x} + \frac{v_0 p^2}{x^3} \right] = -T \frac{x}{p} \quad \left. \vphantom{\frac{v_0}{x}} \right\} +0.2$$

$$\hat{j}) 0 = T \frac{H}{p} + N_b - mg$$

de donde podemos obtener T (en $x=H \Leftrightarrow p=\sqrt{2}H$) usando $\hat{i}) +0.2$

$$\Rightarrow T(x=H) = mv_0^2 \left[\frac{\sqrt{2}H}{H^2} - \frac{2\sqrt{2}H^3}{H^4} \right]$$

$$= \boxed{mv_0^2 \frac{\sqrt{2}}{H}} + 0.3$$

c) Para obtener F usamos la EOM (en cartesianas) de A, donde $\vec{a}_A = \vec{0}$ al ser tirada con vel. cte. $+0.5$

$$m\vec{a}_A = \sum_i \vec{F}_{iA}$$

$$\Leftrightarrow 0 = -F + T + 0.5$$

$$\Rightarrow F(x=H) = T(x=H) = \boxed{mv_0^2 \frac{\sqrt{2}}{H}} + 0.5$$

d) Usamos la EOM de $\hat{j}) +0.5$

$$\Rightarrow N = mg - T \frac{H}{p} \Rightarrow N(x=H) = \underbrace{mg - T \frac{H}{p}}_{+0.5} = \boxed{mg - \frac{mv_0^2}{H}} + 0.5$$

Nota: Hay una segunda forma de resolver el problema, usando geometría para calcular la velocidad en $\hat{i}$.

Se tiene que el largo de la cuerda es L en total, por lo que tenemos la relación con el p definido antes

$$L = p + d \Rightarrow p = L - d \quad (*)$$

y por pitágoras sabemos que

$$p^2 = x^2 + H^2$$

$$\Leftrightarrow (L - d)^2 = x^2 + H^2,$$

tomando la derivada temporal a ambos lados

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} (L - d)^2 = \frac{d}{dt} (x^2) + \frac{d}{dt} (H^2) \quad = 0$$

$$\Leftrightarrow -2(L - d)\dot{d} = 2x\dot{x} \quad (1)$$

donde se usó que L y H son ctes. en el tiempo. Además, por $(*)$ sabemos que

$$\dot{p} = -\dot{d}$$

y ya argumentamos que $\dot{p} = -v_0 \Rightarrow \dot{d} = v_0$, reemplazando en (1) y usando que $L - d = p$

$$\Rightarrow -2p v_0 = 2x\dot{x}$$

$$\Rightarrow \dot{x}(x, p) = -\frac{p v_0}{x} \quad \therefore \vec{v} = -\frac{v_0 p}{x} \hat{i}$$

que es exactamente lo que obtuvimos antes.

Cualquiera de los dos métodos será considerado válido, siempre que esté bien argumentado.