Auxiliar 8

Coordenadas Cilíndricas

Profesor: Claudio Romero
Auxiliares: Daryl Clerc y Daniel Lobos
Ayudantes: Felipe Pérez

Resumen

Cilindricas:

- Posición:

$$\vec{r} = \rho\hat{\rho} + z\hat{k} \tag{1}$$

- Velocidad:

$$\vec{v} = \dot{\rho}\hat{\rho} + \rho\dot{\theta}\hat{\theta} + \dot{z}\hat{k} \tag{2}$$

- Aceleración:

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta} + \ddot{z}\hat{k}$$
$$a_\theta = (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) = \frac{1}{r}\frac{d(r^2\dot{\theta})}{dt}$$

- Transformación:

$$x = \rho cos(\theta) \tag{3}$$
$$y = \rho sen(\theta) \tag{4}$$
$$z = z \tag{5}$$
$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{6}$$
$$\theta = tan^{-1}(\frac{x}{y}) \tag{7}$$

Links:

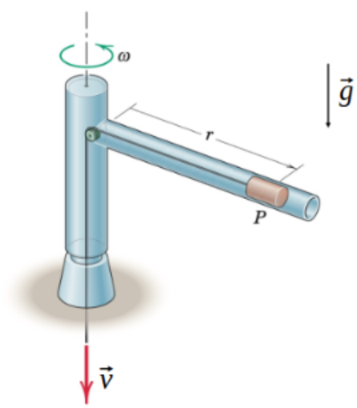
Cilíndricas:

- Calculo de $\vec{r}$-$\vec{v}$-$\vec{a}$: https://www.youtube.com/watch?v=2Tr7xE9kFSI
- Transformaciones: https://www.youtube.com/watch?v=kK0mFdwhuT8

Pregunta 1:

El sistema tubular mostrado en la figura gira alrededor de un eje vertical con una velocidad angular de magnitud constante ω. Un pequeño cilindro P de masa m se puede mover libre de roce dentro del tubo horizontal. El cilindro esta sujeto de una cuerda que pasa por una pequeña polea y sale por la parte inferior del conjunto con velocidad constante v. Considere que en t = 0, el cilindro P se encuentra a una distancia r_0 de la polea, y que tanto la cuerda como la polea son ideales.

- a) Determine la aceleración del cilindro en función del tiempo t.
- b) Determine la fuerza de contracto del tubo sobre el cilindro y la tensión de la cuerda, ambas cosas en función del tiempo t.



Recuerde: La aceleración en coordenadas cilíndricas es

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2)\hat{\rho} + (\rho\ddot{\phi} + 2\dot{\rho}\dot{\phi})\hat{\phi} + \ddot{z}\hat{k}.$$

Pregunta 2:

Una partícula de masa m (partícula 1) puede deslizar sin roce sobre la superficie de un cilindro de radio R. Una segunda partícula de igual masa (partícula 2) permanece atada a 1 mediante una cuerda ideal de largo L > πR/2. Inicialmente (t = 0) las partículas están en reposo, con 1 en la parte más alta del cilindro (ver figura).

- (a) Escriba expresiones para las fuerzas que actúan sobre ambas partículas.
- (b) Obtenga la ecuación de movimiento para el ángulo ϕ que describe la posición de la partícula 1.
- (c) Integre la ecuación obtenida en la parte (b) para obtener $\dot{\phi}$ en función de ϕ. (Recuerde que $\ddot{\phi}\dot{\phi} = \frac{d\dot{\phi}}{2dt}$
- (d) Obtenga una ecuación que permita determinar el ángulo en el cual la partícula 1 se despega del cilindro.

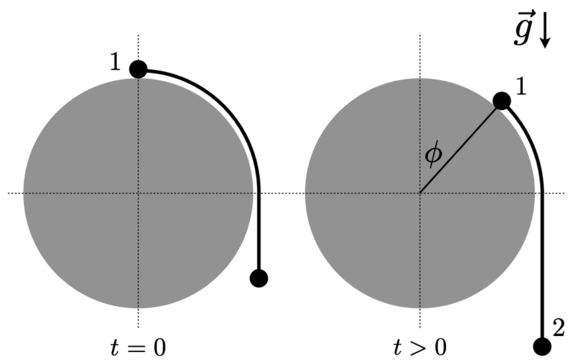


Figura 1: Pregunta 2

Pregunta 3: Control Otoño 2022

Una barra rígida de largo R y masa despreciable gira en un plano vertical libremente alrededor de un eje que pasa por uno de sus extremos. En el extremo opuesto de la barra esta adosada una masa puntual m. La barra es capaz de ejercer tensión sobre la masa o soportar compresión. El sistema esta sometido a la aceleración de gravedad. Inicialmente, la masa se encuentra en la posición $\theta = 0$ y su velocidad tiene magnitud v_0, apuntando hacia arriba.

- a)Escriba las ecuaciones de movimiento de $\hat{r}$ y $\hat{\theta}$
- b)Integre la ecuación de movimiento en la dirección $\hat{\theta}$. Para ello multiplique previamente ambos miembros de la ecuación por $\dot{\theta}$ y note que:

$$\frac{\partial \dot{\theta}^2}{\partial t} = 2\dot{\theta}\ddot{\theta}$$

- c)Encuentre el valor máximo de la magnitud de la fuerza que ejerce la barra sobre la partícula ¿En que posición se encuentra la barra en ese instante?¿La barra está tensionada o comprimida en esa posición?