

Auxiliar #1

Repaso de Herramientas Matemáticas

Profesor: Maricarmen A. Winkler
Auxiliares: Gaspar De la Barrera y Diego Rodríguez

P1. Derivadas y optimización

- Derive la siguiente función $f(x) = \frac{\sin x}{\cosh x + 2}$
- Un cable de largo L se usa para cercar un terreno rectangular, encuentre el rectángulo que maximiza el área del terreno.
- Una gota de lluvia de masa inicial m_0 cae por la gravedad. Mientras cae, la gota se evapora, por lo que su masa disminuye en el tiempo de forma lineal:

$$m(t) = m_0 - bt$$

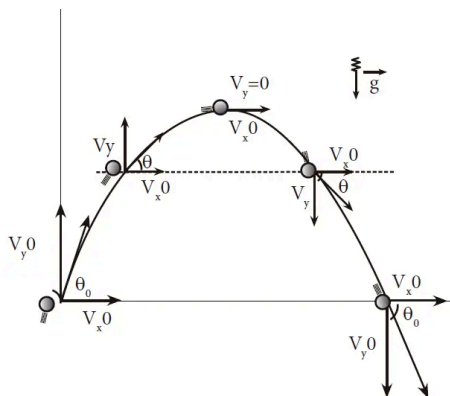
donde b es la tasa de evaporación. Determine el tiempo en el que la energía cinética de la gota es máxima.

P2. Serie de Taylor

- Expanda la función $f(x) = \frac{\sin x}{\cosh x + 2}$ en una serie de Taylor al rededor del origen hasta orden x^2 . Compare su aproximación en $x = 0.1$ al valor exacto: 0.0332224
- Encuentre la serie de Taylor de $f(x) = \frac{1}{1-x}$ en la vecindad de $x = 0$.

P3. Ecuaciones diferenciales

- Usando la serie de Taylor y derivando muestre que $y(x) = e^x$ resuelve la ecuación diferencial $y'(x) = y$
- Estudie el comportamiento de un cuerpo en caída libre





Fórmulas útiles

Derivadas:

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)) = -\sin(x)$$

$$\frac{d}{dx}(\sin(x)) = \cos(x)$$

$$\frac{d}{dx}(f \cdot g)(x) = \left(\frac{d}{dx}f(x)\right) \cdot g(x) + f(x) \cdot \left(\frac{d}{dx}g(x)\right)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$

Regla de la cadena:

$$\frac{d}{dx}(f(g(x))) = f'(g(x))g'(x)$$

Serie de Taylor:

$$f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!} (x - x_0)^i$$