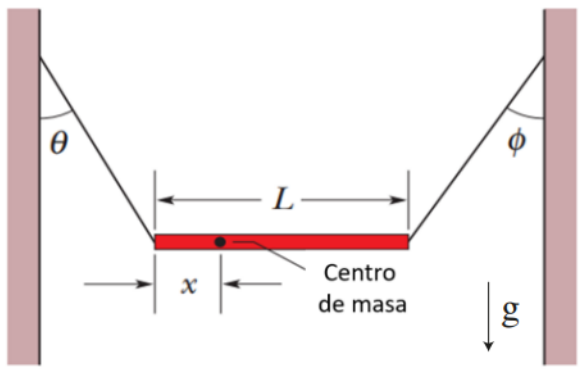
Auxiliar 17

Torque

Profesor: Ignacio Bordeu
Auxiliares: Fabián Corvalán, Pablo González
Ayudantes: Fernanda Padró, Sofía Contreras

P1.

Una barra no uniforme de longitud L y masa total M está suspendida en reposo en posición horizontal por dos cuerdas ideales, tal como se muestra en la Figura. La cuerda del lado izquierdo forma un ángulo θ con la vertical, el otro hace el ángulo ϕ con la vertical (ambos conocidos).



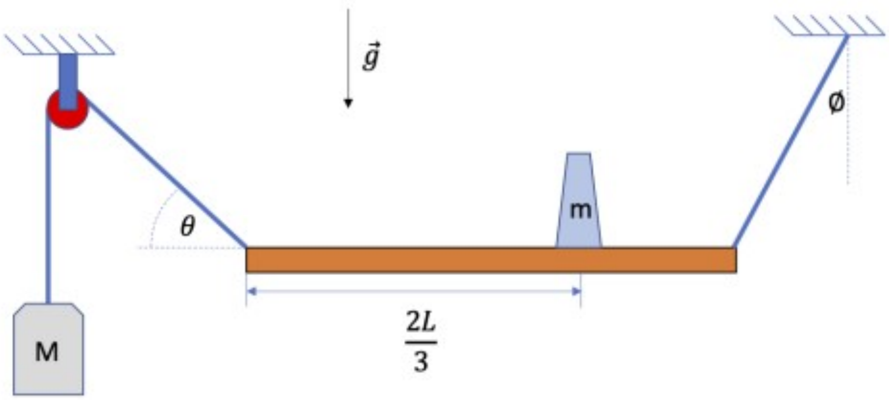
1. Dibuje el diagrama de cuerpo libre de la barra y escriba las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y torques.
2. Calcule la distancia x desde el extremo izquierdo de la barra a su centro de masa.

P2.

Considere una barra de largo L y masa despreciable, que está sometida a la acción de dos cuerdas ideales atadas a cada uno de sus extremos y un bloque de masa m ubicado a una distancia $2L/3$ de uno de sus extremos, tal como se muestra en la Figura. Una de las cuerdas está atada al techo, formando un ángulo ϕ con la vertical, y la otra pasa a través de una polea ideal y está atada a un bloque de masa M que está colgando. Considere que L, m, g y ϕ son datos del problema.

Nota: Le pueden ser útiles las siguientes relaciones.

$$sen\theta = \frac{tan\theta}{\sqrt{1+tan^2\theta}}, cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1+tan^2\theta}}. \quad (1)$$

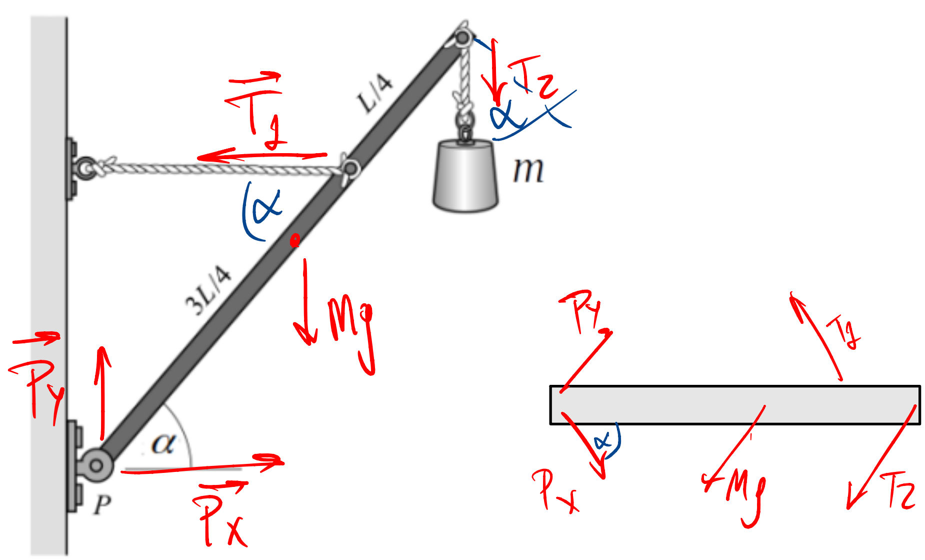


Si la barra está en equilibrio estático, determine:

1. (3 pts.) El ángulo θ (mostrado en la figura) que forma una de las cuerdas con la horizontal.
2. (3 pts.) El valor de la masa M.

P3. PROPUESTO

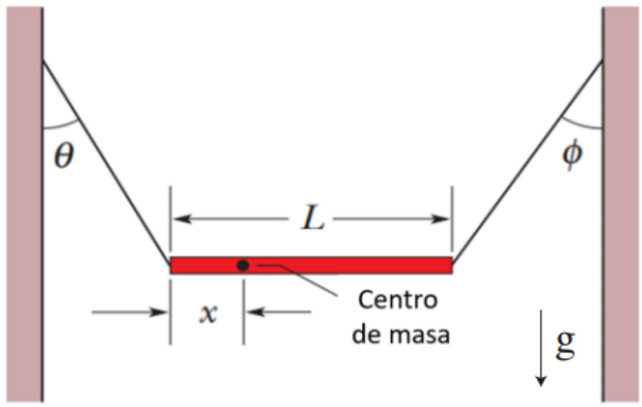
Un asta de densidad uniforme y masa M está suspendida como se muestra en Figura. En su extremo superior cuelga una masa m.

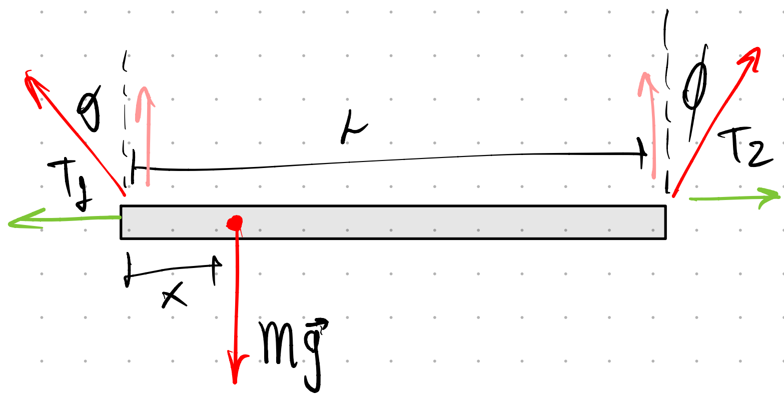


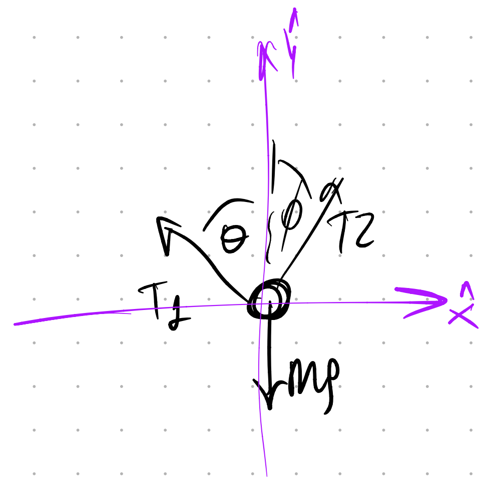
(a) ¿Determine la magnitud de la tensión en la cuerda horizontal que sujeta al asta a la pared.

(b) Determine la fuerza que ejerce el pivote P sobre el asta.

P1







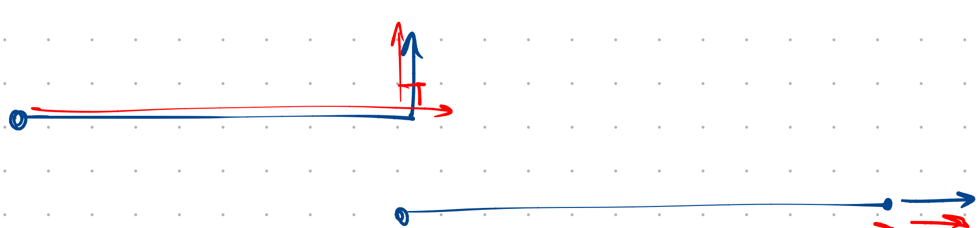
2° Ley de newton

$\hat{x}$ | $T_2 \cdot \text{sen}\,\phi - T_1\,\text{sen}\,\theta = 0$

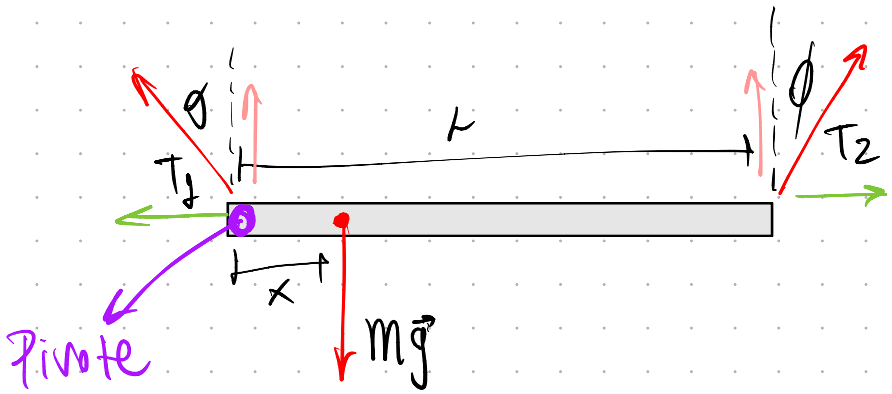
$\hat{y}$ | $T_1 \cos\theta + T_2 \cos\phi - mg = 0$

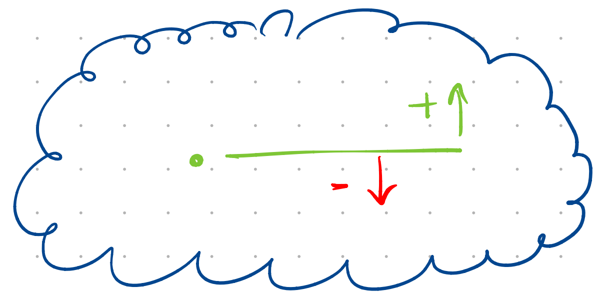
$\vec{\tau} = \vec{F} \cdot \vec{r} \cdot \text{sen}\,\alpha$

↳ si el angulo es 90° el torque es maximo si el angulo es 0° el torque no existe



"Se debe escoger un Pivote" $\Rightarrow$ Lo vamos a elegir donde "eliminemos" alguna fuerza





Equilibrio de torques:

$$\sum \tau's = + T_2 \cos\phi \cdot L - mg \cdot x = 0$$

2.- Tenemos

$$\begin{cases} T_2 \cdot \operatorname{sen}\phi - T_1 \operatorname{sen}\theta = 0 \quad * \\ T_1 \cos\theta + T_2 \cos\phi - mg = 0 \quad * \end{cases}$$

$$T_2 \cos\phi \cdot L - mg \cdot x = 0 \quad *$$

?

$$* \Rightarrow T_2 \operatorname{sen}\phi = T_1 \operatorname{sen}\theta \Rightarrow T_1 = \frac{T_2 \operatorname{sen}\phi}{\operatorname{sen}\theta}$$

$$* \Rightarrow \frac{T_2 \operatorname{sen}\phi}{\operatorname{sen}\theta} \cdot \cos\theta + T_2 \cos\phi - mg = 0$$

$$T_2 \left(\frac{\operatorname{sen}\phi}{\tan\theta} + \cos\phi \right) = mg$$

$$T_2 = \left(\frac{mg}{\frac{\operatorname{sen}\phi}{\tan\theta} + \cos\phi} \right)$$

$$\star \Rightarrow \quad T_2 \cos\phi \, L = mg\, x$$

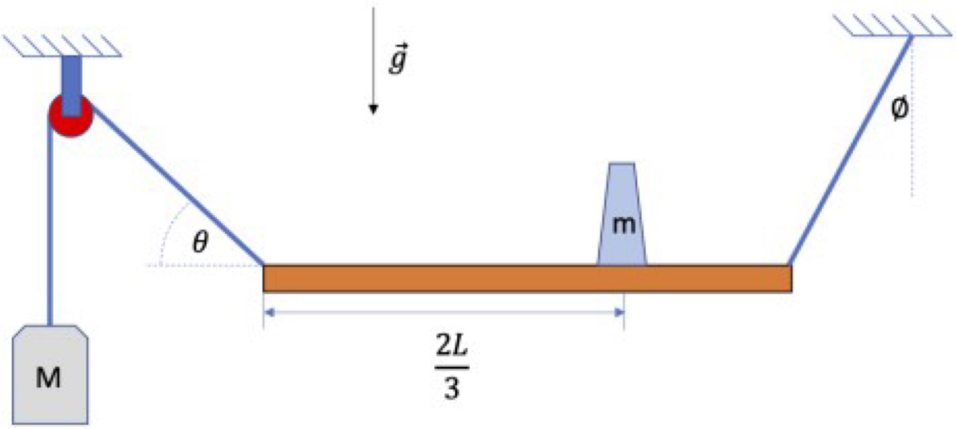
$$\boxed{\Rightarrow x = \frac{T_2 \cos\phi\, L}{mg}}$$

$$x = \frac{\left(\dfrac{\cancel{mg}}{\dfrac{\operatorname{sen}\phi}{\tan\theta} + \cos\phi}\right)\cos\phi\, L}{\cancel{mg}}$$

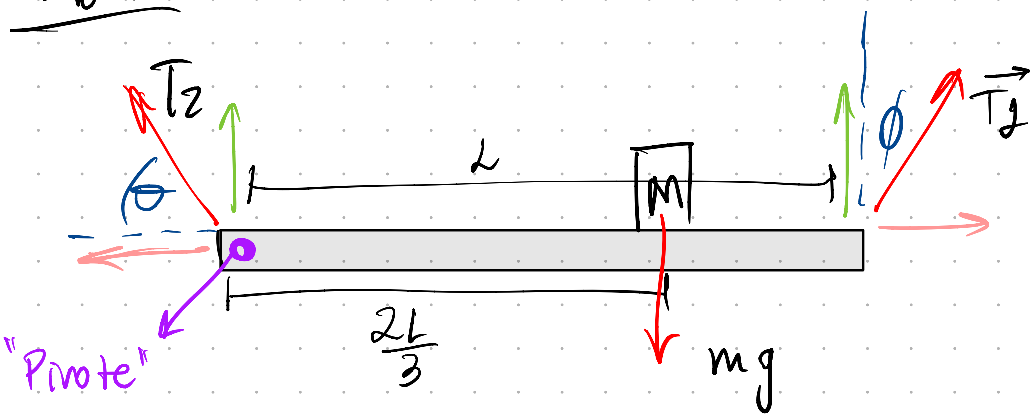
$$x = \frac{\cos\phi \cdot L}{\dfrac{\operatorname{sen}\phi}{\tan\theta} + \cos\phi}$$

$$x = \frac{L}{\dfrac{\operatorname{sen}\phi}{\cos\phi\tan\theta} + \dfrac{\cos\phi}{\cos\phi}} = \boxed{\frac{L}{\dfrac{\tan\phi}{\tan\theta} + 1}}$$

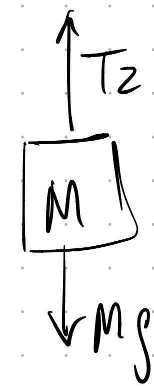
P2| L mg ϕ son datos, En equilibrio: a) θ b) M



Dcl barra



Dcl M



$\hat{x}$) $T_1 \sin\phi - T_2 \cos\theta = 0$ ★

$\hat{y}$) $T_1 \cos\phi + T_2 \sin\theta - mg = 0$

τ) $T_1 \cos\phi \cdot L - mg\frac{2L}{3} = 0$

$T_1 \cos\phi \cancel{L} = \frac{2\cancel{L}mg}{3}$

$T_1 \cos\phi = \frac{2mg}{3}$ ★

$\frac{2mg}{3} + T_2 \sin\theta - mg$

$T_2 \sin\theta = mg - \frac{2}{3}mg = \frac{1}{3}mg$

$$T_2 \,\text{sen}\,\theta = \frac{1}{3} mg \quad (\star) \longrightarrow T_2 = \frac{mg}{3\,\text{sen}\,\theta}$$

$$\star \quad T_2 \cos\theta = T_1 \,\text{sen}\,\phi \cdot \frac{\cos\phi}{\cos\phi} = \underbrace{T_1 \cdot \cos\phi}_{\star} \cdot \tan\phi$$

$$T_2 \cos\theta = \frac{2mg}{3} \cdot \tan\phi \quad (\star\star)$$

$$\frac{(\star)}{(\star\star)} \Longrightarrow \frac{\cancel{T_2}\,\text{sen}\,\theta}{\cancel{T_2}\cos\theta} = \frac{\frac{1}{\cancel{3}}\cancel{mg}}{\frac{2\cancel{mg}}{\cancel{3}}\tan\phi}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{2\tan\phi}$$

b)

DCL M

$$T_2 - Mg = 0$$

$$T_2 = Mg \longrightarrow M = \frac{T_2}{g}$$

$$M = \frac{\frac{m\cancel{g}}{3\,\text{sen}\,\theta}}{\cancel{g}} = \frac{m}{3\,\text{sen}\,\theta}$$

$$\frac{1}{\text{sen}\,\theta} = \frac{\sqrt{1+\tan^2\theta}}{\tan\theta}$$

$$\frac{1}{\text{sen}\,\theta} = \frac{\sqrt{1+\frac{1}{4\tan^2\phi}}}{\frac{1}{2\tan\phi}}$$

$$\frac{1}{\sin\theta} = \cancel{2\tan\phi}\sqrt{\frac{4\tan^2\phi + 1}{\cancel{4\tan^2\phi}}}$$

$$\frac{1}{\sin\theta} = \sqrt{4\tan^2\phi + 1}$$

$$\Rightarrow M = \frac{m}{3}\sqrt{4\tan^2\phi + 1}$$