Auxiliar #12 Sistemas Conservativos

Profesor: Alexandre Gallenne
Auxiliares: Alejandro Bravo, José Mondaca
Ayudante: Francisca Bórquez

Resumen

Energía cinética
Si una partícula se mueve con velocidad v, la energía cinética viene dada por:

$$E_c = K = \frac{1}{2}mv^2$$

Energía potencial gravitatoria
En un campo gravitacional uniforme (como lo es la gravedad en el planeta tierra), la energia potencial la podemos escribir como:

$$E_p = U_g = mgy$$

Energía potencial elástica
Si hay un resorte de constante elástica k, y largo natural l_0 se tiene energía potencial elástica al comprimir/estirar un resorte, esta es proporcional al cuadrado de la deformación, es decir:

$$E_{el} = U_{el} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}k(x - l_0)^2$$

Energia Mecánica

En un sistema mecánico, la energía mecánica de un sistema corresponde a la suma de las 3 energías mencionadas anteriormente.

$$E_{mec} = E_c + E_p + E_{el} = K + U_g + U_{el}$$

Conservación de la energía
En ausencia de fuerzas **NO** conservativas (No hay roce), la energía mecánica del sistema se conserva. Considere un sistema en 2 tiempos distintos t_1 y t_2, si la energía se conserva, se cumple que:

$$\frac{1}{2}mv^2(t_1) + mgy(t_1) + \frac{1}{2}(x(t_1) - l_0)^2 = \frac{1}{2}mv^2(t_2) + mgy(t_2) + \frac{1}{2}(x(t_2) - l_0)^2$$

P1 Caida libre y Lanzamiento Parabólico

Comencemos trabajando un objeto que se lanza verticalmente hacia arriba con velocidad v_0. Usando conservación de la energía, demuestre:

(a) La altura máxima que alcanzará el objeto

$$y_{max} = \frac{v_0^2}{2g} \tag{1}$$

(b) La fórmula de torriceli, es decir:

$$v^2(t) = v_0^2 - 2gy \tag{2}$$

Volvamos al típico problema de lanzamiento parabólico, con velocidad inicial V_0 y ángulo θ

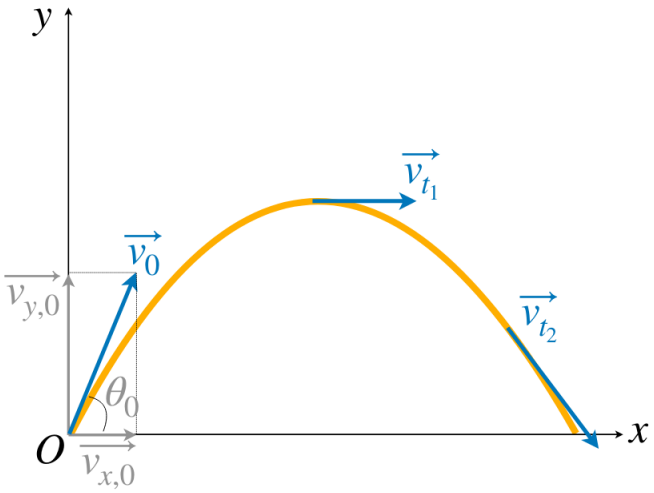

Figura 1

(c) Utilizando conservación de la energía mecánica. Demuestre que

$$y_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g} \tag{3}$$

(d) Argumente por qué para una misma altura, v^2 es la misma (es decir, un objeto cae con la misma rapidez que con la que sube)

P2 C2 2023

Dos partículas idénticas de masa m, que están unidas por un mecanismo, se mueven juntas hacia la derecha con velocidad V_0 por un plano horizontal sin roce. Entre las dos partículas se coloca un resorte ideal de constante k y largo natural l_0 que está completamente comprimido. En cierto momento, el mecanismo que mantiene unidas a las dos partículas se libera y el resorte empuja a las dos partículas alejándolas.

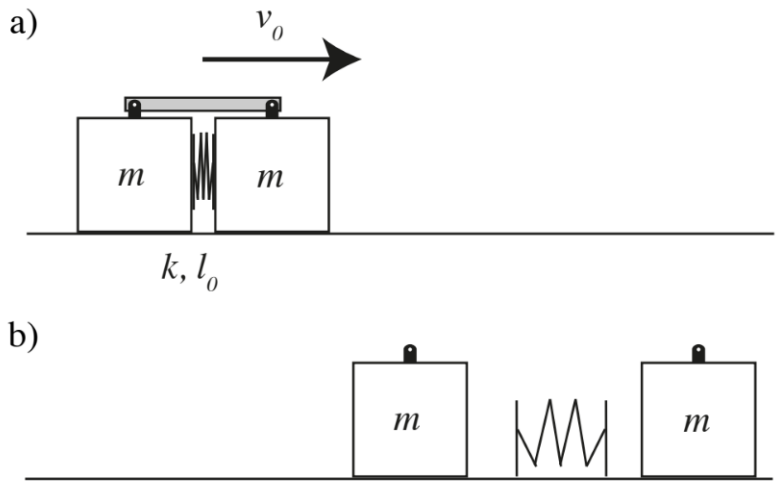

Figura 2

Calcule:

(a) La energía mecánica inicial del sistema compuesto por las dos masas y el resorte. (Asuma que el mecanismo no tiene masa).

(b) La velocidad con que termina cada una de las dos partículas. Para esto, cuando se separen las partículas, se cumple la siguiente regla:

$$mV_{1f} + mV_{2f} = 2mV_0 \tag{4}$$

Con V_{1f} y V_{2f} las velocidades finales de las partículas. Esto lo conocerán mas adelante en el curso como la conservación del momentum total del sistema.

P3 Bolita Comprimida

Se tiene el siguiente dispositivo de la figura para lanzar bolitas. Si el resorte tiene una constante de elasticidad k y la bolita una masa m, encuentre la velocidad de la bolita al momento que se suelta del émbolo si el resorte se ha comprimido en un largo Δx. ¿Hasta qué altura habrá llegado la bolita al momento de detenerse? Considere una superficie lo suficientemente larga y sin roce. Además, suponga que en el momento en que la bolita está comprimida y luego se suelta del émbolo, no hay cambio en la energía potencial gravitatoria.

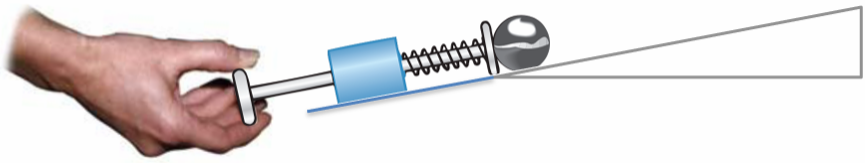

Figura 3: Lanzador de bolitas

P4 C2 2002 (Propuesto)

Un cubo de masa M, que tiene un hueco esférico de radio R en su centro, descansa en un orificio de superficies rectas perfectamente pulidas. Al interior del cubo hay una bolita de masa m que gira sin ayuda externa en una trayectoria circunferencial que pasa por el punto más bajo del hueco con velocidad V_0.

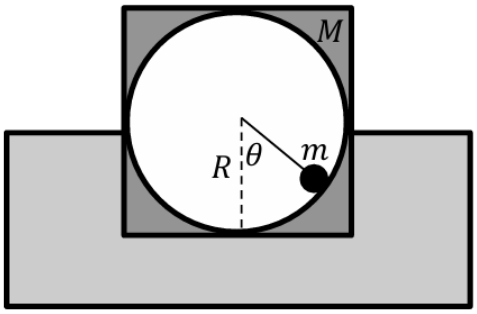

Figura 4

Determine:

(a) La fuerza de contacto bolita-superficie en función del ángulo θ medido con respecto a la vertical.

(b) El rango de la velocidad V_0 que garantiza que la bolita nunca pierda contacto con la superficie ni que el cubo pierda contacto con el fondo del orificio.