

Auxiliar #1 Herramientas Matemáticas

Profesor: Alexandre Gallene
 Auxiliares: Alejandro Bravo, José Mondaca
 Ayudante: Francisca Bórquez

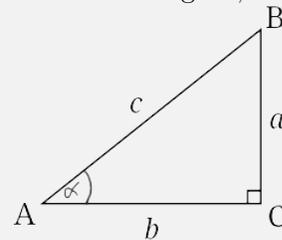
Resumen

Trigonometría en triángulo Rectángulo

Sea un triángulo rectángulo con catetos a, b e hipotenusa c , como el de la figura, se cumple:

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \quad \cos(\alpha) = \frac{b}{c} \quad \tan(\alpha) = \frac{a}{b}$$

$$\csc(\alpha) = \frac{1}{\sin(\alpha)} \quad \sec(\alpha) = \frac{1}{\cos(\alpha)} \quad \cot(\alpha) = \frac{1}{\tan(\alpha)}$$



Teoremas seno y coseno

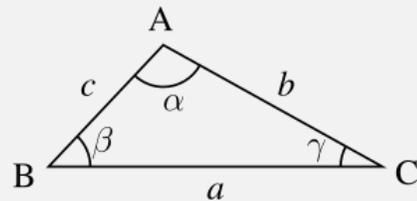
Sea un triángulo arbitrario de lados a, b, c como el de la figura se cumple:

Teorema del coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$$



Teorema del seno:

$$\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$$

Identidades

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\csc^2 x = 1 + \cot^2 x$$

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

Angulo doble

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2(x)$$

Identidades de la suma

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) \pm \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) \mp \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

Resumen

Derivada de un polinomio

$$\frac{dt^n}{dt} = nt^{n-1}$$

Derivada de una constante

Sea c una constante arbitraria, se cumple que:

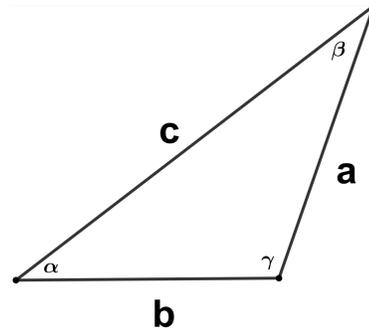
$$\frac{dc}{dt} = 0$$

Derivada de un polinomio

$$\frac{d}{dt} (a + bt + ct^2 + dt^3) = \frac{da}{dt} + b\frac{dt}{dt} + c\frac{dt^2}{dt} + d\frac{dt^3}{dt}$$

P1 Demostración de Teoremas

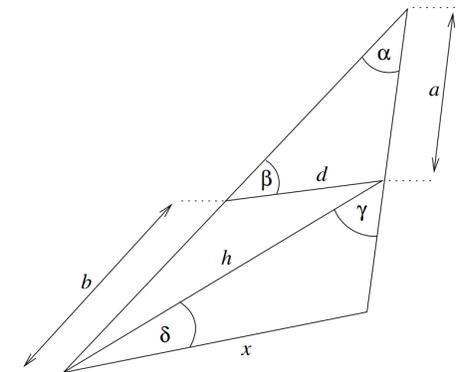
Demuestre el teorema del seno y del coseno para un triángulo obtusángulo. Para hacerlo, forme un triángulo rectángulo e intente obtener expresiones con las que pueda relacionar los lados con los ángulos.



P2 Aplicando Trigonometría

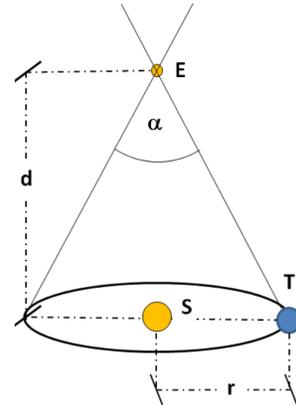
Considere la siguiente figura:

- (a) Encontrar d en términos de α , β y a .
- (b) Encontrar h en términos de α , β , a y b .
- (c) Determinar el valor de x en función de δ , γ , α , β , b y a .



P3 Parlaje

El paralaje es una técnica utilizada por los astrónomos para estimar distancias, esta consiste en observar una estrella en 2 épocas del año opuestas (ver figura) en donde se forma un ángulo α mediante el cual se puede obtener la distancia haciendo uso de trigonometría. Obtenga la distancia en función de r y α



P4 Derivadas de un polinomio

Derive las ecuaciones de itinerario para la velocidad, y la aceleración, utilizando que la posición en un movimiento rectilíneo acelerado es:

$$x(t) = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}a_0t^2$$

Para esto, recuerde que:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad a = \frac{dv}{dt}$$

P5 Propuesto: Identidades Trigonómicas

Demuestre las siguientes identidades trigonométricas:

a) $\sec^2(x) = 1 + \tan^2(x)$

b) $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$

c) $\frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x} = 2 \sin^2 x - 1$