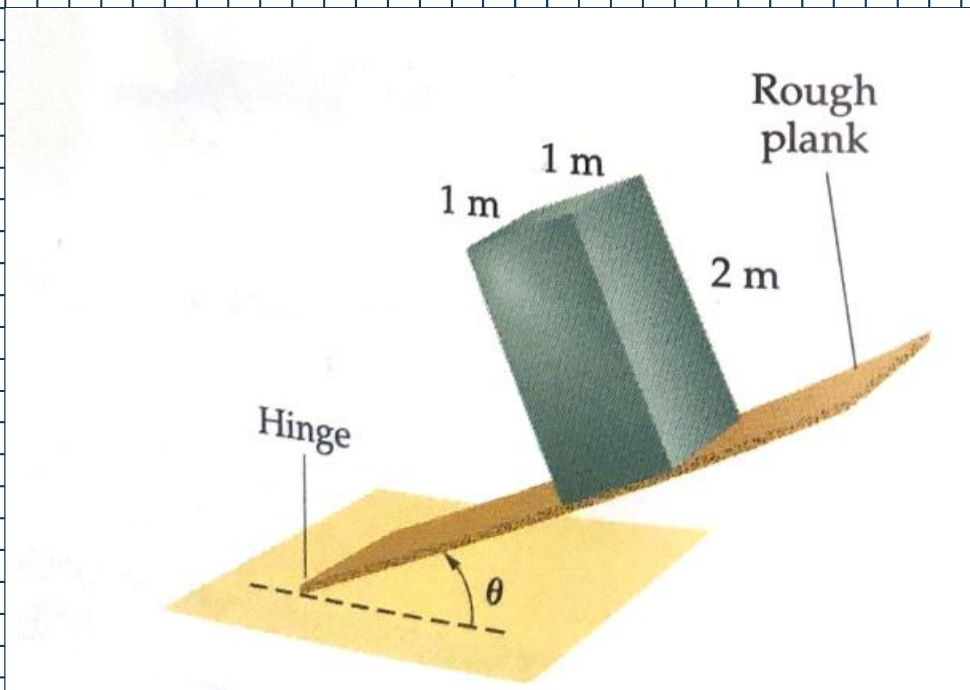
P1)



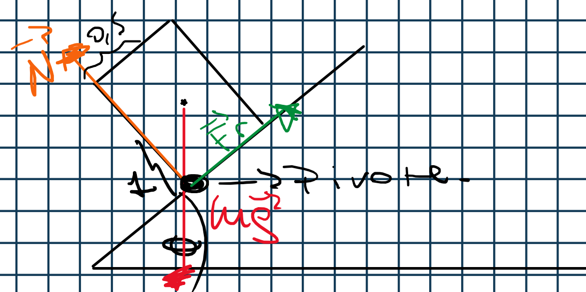
Aux 15: Torque

* Para calcular el tipping angle debemos usar las ecuaciones de torque.

$\Rightarrow \sum \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ con $\vec{r}$ distancia de $\vec{F}$ al pivote.

* Como la masa es uniforme su C.M. está en el centro.

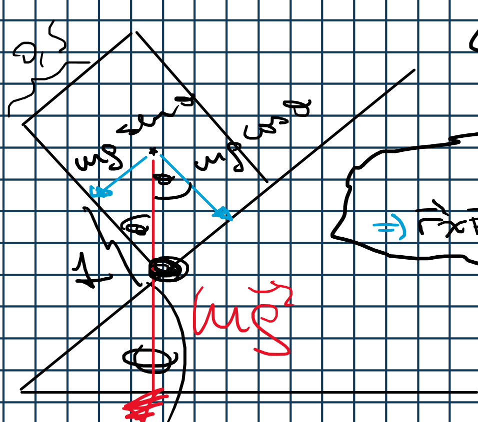
* En el tipping angle $\vec{N}$ se refleja completamente en el pivote, dado que se está balanceando el bloque.



→ Pivote

* Como $\vec{N}$ y $\vec{F_r}$ pasan por el pivote $\Rightarrow \vec{r} = 0$
$\Rightarrow \vec{\tau} = 0$.

$\Rightarrow$ La única fuerza que hace torque es $m\vec{g}$



* Derivación formal

* $\boxed{\vec{r} = 0{,}5\hat{i} + \hat{j}}$
* $\boxed{\vec{F} = -mg(\sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{j})}$

$\Rightarrow \vec{r}\times\vec{F} = (0{,}5\hat{i} + \hat{j}) \times -mg(\sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{j}) = 0$

$= (-0{,}5\, mg\cos\theta + mg\sin\theta)\hat{k} = 0$

$\Rightarrow \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = 0{,}5 \Rightarrow \boxed{\tan\theta = 0{,}5}$

* Para que no se de vuelta hay que imponer estabilidad.

$$\Rightarrow \sum \vec{\tau} = \vec{\tau}_{peso\,x} + \vec{\tau}_{peso\,y} = 0$$

$$= mg\sin\theta \cdot 1 - mg\cos\theta \cdot 0{,}5 = 0$$

$$\Rightarrow \tan\theta = 0{,}5 \Rightarrow \theta = \arctan 0{,}5 = 26{,}57^\circ$$

P2)

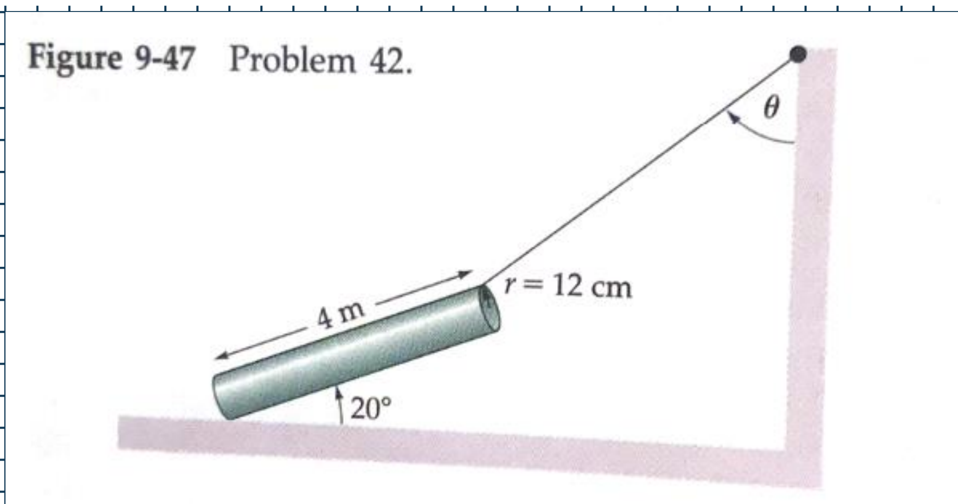
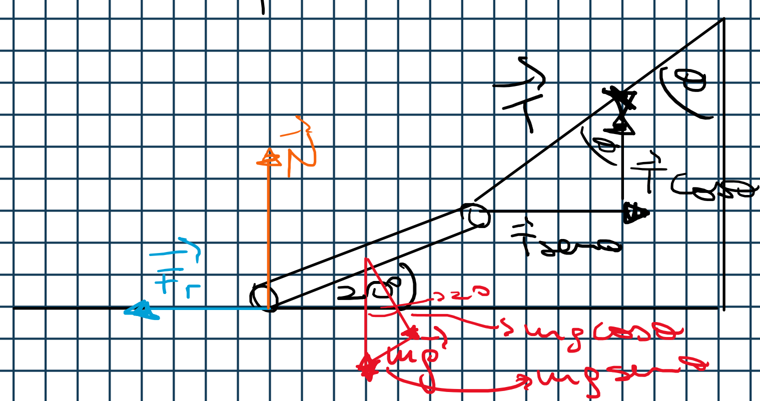


Figure 9-47 Problem 42.

* El palo está por deslizarse a la derecha.

DCL:



$\hat{x})$ $T\,\text{sen}\theta + \vec{F}_r = 0$ $\qquad$ $\hat{y})$ $T\cos\theta + N - mg = 0$

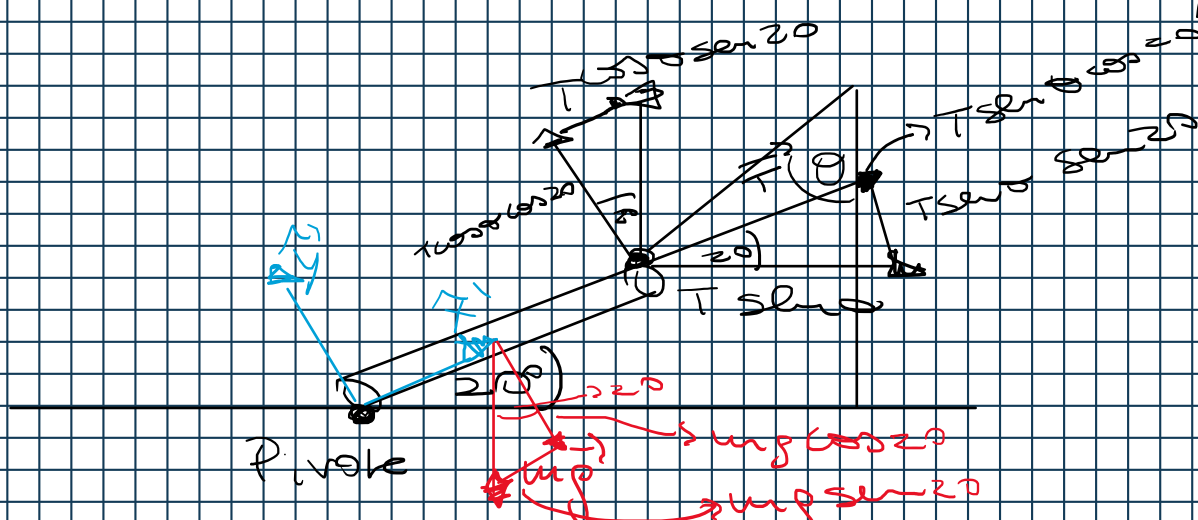
* Además para $\vec{F}_r$: $\quad \vec{F}_r = -\mu_e \cdot |\vec{N}|\hat{x} = -0{,}6\,|\vec{N}|\hat{x}$

$\Rightarrow \hat{x})$ $T\,\text{sen}\theta - 0{,}6\,N = 0$

$\Rightarrow T\,\text{sen}\theta = 0{,}6N$

* La ec. de torque:

↳ Tomaremos el extremo en el suelo como pivote.



La suma de torques es: (Equilibrio)

$$\Sigma\vec{\tau} = \vec{\tau}_{peso} + \vec{\tau}_{Tensión} = 0$$

$$= (mg\,\text{sen}20)(0{,}12) - mg\cos 20 \cdot 2$$

$$- T\cos\theta\,\text{sen}20\,(0{,}24) + T\cos\theta\cos 20 \cdot 4$$

$$- T\,\text{sen}\theta\,\text{sen}20 \cdot 4 - T\,\text{sen}\theta\cos 20 \cdot (0{,}24) = 0$$

$$\sum \vec{\tau}_O = \vec{\tau}_{O\,peso} + \vec{\tau}_{O\,tensión} = 0$$

$$= (mg\,\mathrm{sen}\,20)(0{,}12) - mg\cos 20 \cdot 2$$

$$- T\cos\theta\,\mathrm{sen}\,20\,(0{,}24) + T\cos\theta\cos 20 \cdot 4$$

$$- T\,\mathrm{sen}\,\theta\,\mathrm{sen}\,20 \cdot 4 - T\,\mathrm{sen}\,\theta\cos 20 \cdot (0{,}24) = 0$$

$$\Rightarrow T\left(\cos\theta(\cos 20 \cdot 4 - \mathrm{sen}\,20 \cdot 0{,}24) - \mathrm{sen}\,\theta(\mathrm{sen}\,20 \cdot 4 + \cos 20 \cdot 0{,}24)\right) = -mg(\mathrm{sen}\,20 \cdot 0{,}12 - \cos 20 \cdot 2)$$

$$\Rightarrow T = \frac{-mg(\mathrm{sen}\,20 \cdot 0{,}12 - \cos 20 \cdot 2)}{(\cos\theta(\cos 20 \cdot 4 - \mathrm{sen}\,20 \cdot 0{,}24) - \mathrm{sen}\,\theta(\mathrm{sen}\,20 \cdot 4 + \cos 20 \cdot 0{,}24))}$$

ó $\boxed{T(3{,}73\cos\theta - 1{,}42\,\mathrm{sen}\,\theta) = 1821}$ (*)

* Despejando de $\hat{x}$ e $\hat{y}$:

$\hat{y}$) $T\cos\theta + N - mg = 0$ $\Rightarrow T\cos\theta = mg - N$

$\hat{x}$) $T\,\mathrm{sen}\,\theta - 0{,}6\,N = 0$ $\Rightarrow T\,\mathrm{sen}\,\theta = 0{,}6N$

Reemplazando en (*):

$$3{,}73(mg - N) - 1{,}42 \cdot 0{,}6N = 1821$$

$$\Rightarrow -N(3{,}73 + 1{,}42 \cdot 0{,}6) = 1821 - 3{,}73 \cdot 100 \cdot 9.8$$

$$\Rightarrow \boxed{N = \frac{1821 - 3{,}73 \cdot 100 \cdot 9.8}{-(3{,}73 + 1{,}42 \cdot 0{,}6)} = 400{,}3 \quad [N]}$$

* Con la normal, $\hat{x}$ e $\hat{y}$ se calcula $\vec{T}$ y θ:

θ:

$$\frac{\hat{x})}{\hat{y})} \Rightarrow \frac{T\,\mathrm{sen}\,\theta}{T\cos\theta} = \tan\theta = \frac{0{,}6\,N}{mg - N} \approx 0{,}413\ldots$$

$$\Rightarrow \boxed{\arctan(0{,}413) \approx 22{,}48^\circ \approx \theta}$$

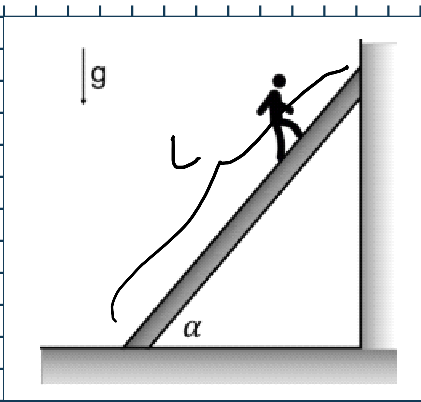
T:

$$\hat{x})^2 + \hat{y})^2 \Rightarrow T^2\mathrm{sen}^2\theta + T^2\cos^2\theta = (0{,}6N)^2 + (mg - N)^2$$

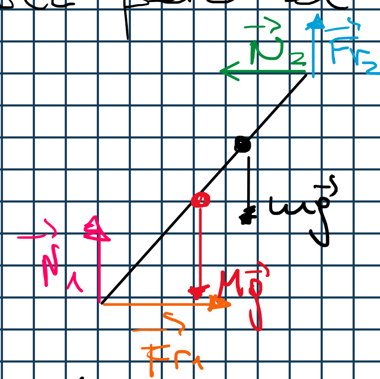
$$\Rightarrow T = \sqrt{(0{,}6N)^2 + (mg - N)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{T \approx 627{,}69\ldots \quad [N]}$$

P3)



* El DCL para el sistema es:



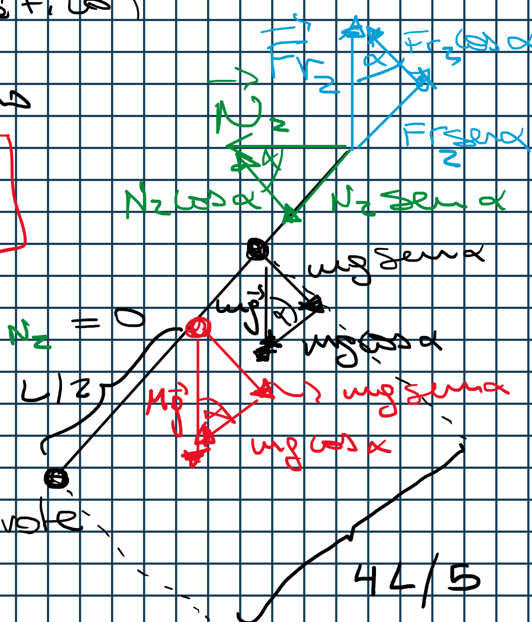
* Se quiere encontrar el ángulo α en el que la escalera resbala.

* Primeramente del DCL, apliquemos 2° ley de Newton, en condición (estática):

$\hat{x})\ Fr_1 - N_2 = 0 \qquad \hat{y})\ -mg - Mg + Fr_2 + N_1 = 0$

* Luego, apliquemos torque: (Estática)

* Usando el extremo inferior como pivote: [$\vec{N}_1$ ni $\vec{Fr}_1$ aplican $\vec{\tau}$.]



$\Rightarrow \sum \vec{\tau} = \vec{\tau}_{Mg} + \vec{\tau}_{mg} + \vec{\tau}_{Fr_2} + \vec{\tau}_{N_2} = 0$

$\Rightarrow -Mg\operatorname{sen}\alpha \frac{L}{2} - mg\operatorname{sen}\alpha \frac{4L}{5}$

$+$

$Fr_2\cos\alpha \cdot L + N_2\cos\alpha\, L$

$=$

$0 \quad (*)$

* Para las fuerzas de roce se tiene:

$Fr_2 = \mu_{e_2} \cdot N_2 = 0{,}4 \cdot N_2 \qquad Fr_1 = \mu_{e_1} \cdot N_1 = 0{,}7 \cdot N_1$

→ La igualdad se tiene en el roce estático máximo. Se aplica porque en esta condición se encontrará α máximo tal que la escalera no resbale.

* Reemplazando en $\hat{x}$ e $\hat{y}$:

$\hat{x})\ 0{,}7 \cdot N_1 - N_2 = 0 \qquad \hat{y})\ -mg - Mg + 0{,}4 \cdot N_2 + N_1 = 0$

$\Rightarrow N_1 = \frac{N_2}{0{,}7}$, en $\hat{y}$: $-mg - Mg + 0{,}4 \cdot N_2 - \frac{N_2}{0{,}7} = 0$

$\Rightarrow N_2 = \frac{mg + Mg}{0{,}4 + \frac{1}{0{,}7}} \approx 546{,}9\,[N]$

* Reemplazando N_2 en (*), se encuentra α:

$$: -Mg\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\frac{\cancel{L}}{2} - mg\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\frac{4\cancel{L}}{5} + 0{,}4\,N_2\cos\alpha\cdot\cancel{L} + N_2\cos\alpha\,\cancel{L} = 0$$

$$\Rightarrow \left\{-\frac{200}{2} - 80\cdot 9.8\cdot\frac{4}{5}\right\}\mathrm{sen}\,\alpha + \left\{0{,}4+1\right\}546{,}9\cdot\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow -727{,}2\,\mathrm{sen}\,\alpha + 765{,}6\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{765{,}6}{727{,}2} \approx 1$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha \approx \arctan(1) \approx 45^\circ.}$$