

## Introducción a la Física

Departamento de Física - Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas - Universidad de Chile

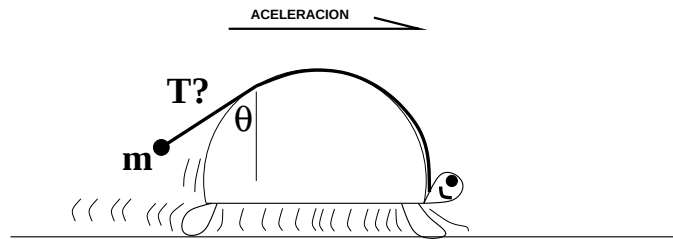
Profs. (01) H. F. Arellano, (02) R. Tabensky, (03) L. González,  
(04) N. Zamorano, (05) R. Garreaud, (06) S. Duffau

Jueves 28 de junio de 2001 - Tiempo: 2 horas + 30 minutos

**PROBLEMA 1**

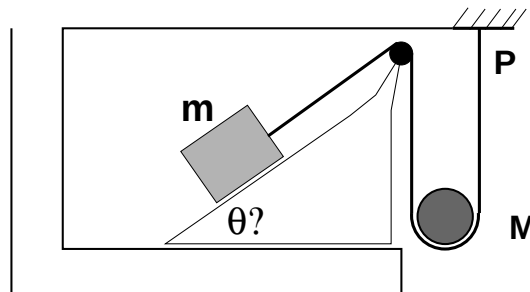
Una tortuga veloz de masa  $M$  se tracciona arrastrando consigo una carga de masa  $m$  mediante una cuerda ideal. La tortuga mantiene una aceleración horizontal constante, y la porción colgante de cuerda forma un ángulo  $\theta$  con la vertical.

- A)[3P] Determine la tensión de la cuerda.
- B)[2P] Si el coeficiente de roce (estático y cinético) entre la tortuga y el piso es  $\mu$ , determine el ángulo  $\theta$  máximo.
- C)[1P] Analice e interprete su resultado en la parte (a) para el caso  $\theta \rightarrow \pi/2$ .


**PROBLEMA 2**

En la figura se muestra un cubo de masa  $m$  posando sobre una cuña; esta última yace sobre una superficie horizontal pulida. El cubo es atado mediante una cuerda ideal a una estructura fija en  $P$ . La cuerda es tensada mediante una carga colgante de masa  $M$ . Todos los contactos ocurren sin fricción. La configuración es tal que la cuña no se mueve.

- A)[2P] Construya los diagramas de cuerpo libre para el bloque, la cuña y la carga.
- B)[2P] Calcule el ángulo  $\theta$  de la cuña para que ésta se mantenga en reposo.
- C)[2P] Calcule la aceleración del cubo e interprete su resultado.



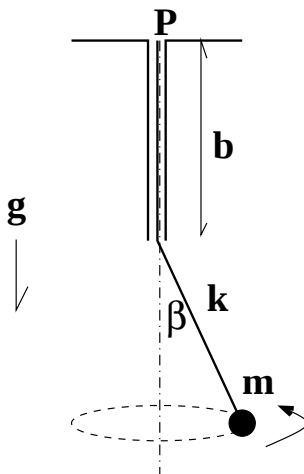
### PROBLEMA 3

En la figura se muestra una bolita de masa  $m$  en movimiento circular horizontal. La bolita pende mediante un elástico de un soporte fijo en  $P$ . El elástico (de longitud natural  $L$  y constante elástica  $k$ ) se mantiene parcialmente dentro de un tubo vertical de longitud  $b$  ( $b < L$ ); el ángulo que forma la vertical con la porción de elástico fuera del tubo es  $\beta$ .

A)[3Pt] Calcule la velocidad angular de la bolita.

B)[2Pt] Calcule la energía mecánica total del sistema considerando el nivel cero de energía potencial gravitacional aquel que toma la bolita cuando cuelga sin moverse.

C)[1Pt] Analice e interprete su resultado en la parte (a) para el caso de un elástico muy rígido ( $k$  muy grande) y  $\beta \rightarrow \pi/2$ .

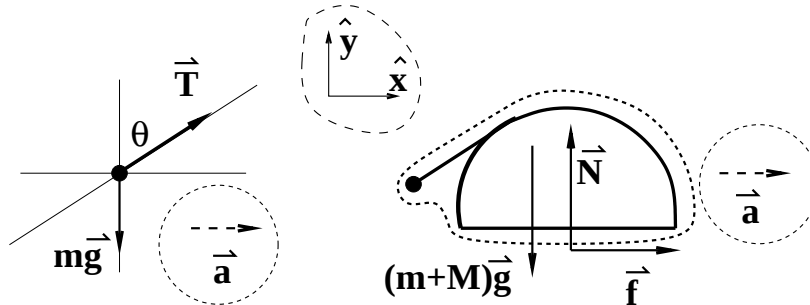


**SOLUCION CONTROL No 2**  
**INTRODUCCION A LA FISICA – OTOÑO 2001**

Por: H. F. A.

Departamento de Física, FCFM, Universidad de Chile

**PROBLEMA 1**



- Las fuerzas que actúan sobre la carga: tensión  $\vec{T}$  y peso  $m\vec{g}$ . La aceleración  $\vec{a}$  es horizontal.
- Ecuación de movimiento y proyecciones según  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$ :

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad (1)$$

$$T \sin \theta = ma \quad (\text{según } \hat{x}) \quad (2)$$

$$T \cos \theta - mg = 0 \quad (\text{según } \hat{y}) \quad (3)$$

- De la ecuación (3) se obtiene

$$T = \frac{mg}{\cos \theta}$$

- Podemos despejar la aceleración:

$$\underline{\underline{a = g \tan \theta}} \quad (4)$$

- Para la parte B consideramos "tortuga+carga" como UN cuerpo. Las interacciones desde el exterior son: peso  $(m + M)\vec{g}$ , contacto con el piso (normal  $\vec{N}$  y roce  $\vec{f}$ ).
- La ecuación del movimiento (del cuerpo de masa  $M+m$ ) y sus proyecciones según  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$ :

$$(m + M)\vec{g} + \vec{N} + \vec{f} = (m + M)\vec{a} \quad \Rightarrow \quad (5)$$

$$0 + 0 + f = (m + M)a \quad (\text{según } \hat{x}) \quad (6)$$

$$-(m + M)g + N + 0 = 0 \quad (\text{según } \hat{y}) \quad (7)$$

- Tracción a punto de resbalar (ó resbalando)  $\Rightarrow f = \mu N \Rightarrow \boxed{a = \mu g}$ ; combinando con resultado para la aceleración  $\boxed{a = g \tan \theta}$  se obtiene:

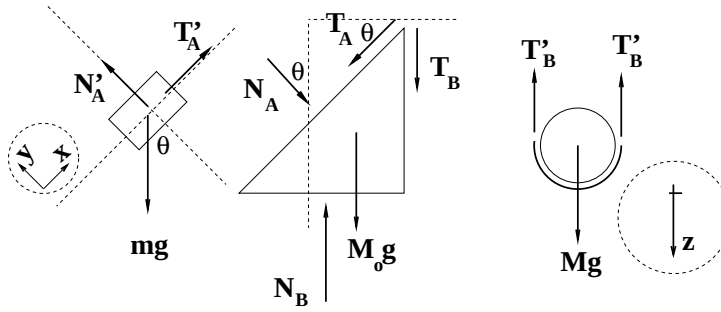
$$g \tan \theta = \mu g \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\tan \theta_{max} = \mu}},$$

que determina el ángulo máximo  $\theta_{max}$ .

- En el caso  $\theta \rightarrow \pi/2$  se ve que  $T = \frac{mg}{\cos \theta} \rightarrow \infty$ . O sea, si la cuerda queda horizontal la tensión es infinitamente grande. Ello ocurre si la tortuga pudiese acelerar infinitamente (necesitaría zapatillas de atletismo!).

PUNTUACION: 1Pto DCL correcto + 1Pto ecuaciones correctas + 1Pto despeje de T correcto + 1Pto DCL y ecuaciones correctas para sist compuesto + 1Pto ángulo max + 1Pto discusión aceptable.

PROBLEMA 2



- Sobre el cubo actúan tensión de la cuerda  $\vec{T}'_A$  (de magnitud  $T$ ), el peso del cubo  $m\vec{g}$  y la normal de la cuña sobre el cubo  $N'_A$  (magnitud  $N$ ). Ecuación del movimiento (considerando aceleración  $\vec{a}_c$  de componente según el plano  $a$ ) y proyecciones:

$$\vec{T}'_A + m\vec{g} + N'_A = m\vec{a}_c \Rightarrow \quad (8)$$

$$\text{Según } \hat{x}) \quad T - mg \sin \theta + 0 = ma \rightarrow T - mg \sin \theta = ma \quad (9)$$

$$\text{Según } \hat{y}) \quad 0 - mg \cos \theta + N = 0 \rightarrow N = mg \cos \theta \quad (10)$$

- Sobre la cuña actúan el contacto con el cubo (normal  $\vec{N}_A$  de magnitud  $N$ ), la cuerda en el canto de la cuña (tensiones  $\vec{T}_A$  oblicua y  $\vec{T}_B$  vertical, ambas de magnitud  $T$ ), gravedad sobre la cuña ( $M_o\vec{g}$ ), y normal con el piso ( $\vec{N}_B$  de magnitud  $N_B$ ). Ecuación del movimiento (reposo) y proyección según la horizontal:

$$\vec{N}_A + \vec{T}_A + \vec{T}_B + M_o\vec{g} + \vec{N}_B = 0 \Rightarrow \quad (11)$$

$$-N \sin \theta + T \cos \theta + 0 + 0 + 0 = 0 \rightarrow T \cos \theta = N \sin \theta \quad (12)$$

- Sobre la carga (y pedazo de cuerda en contacto con ella) actúan la tensión  $\vec{T}'_B$  en ambas puntas (magnitud  $T$ ) y el peso de la carga ( $M\vec{g}$ ); la aceleración de la carga es  $\vec{a}_o$  de magnitud  $a/2$ . La ecuación del movimiento y proyección según  $z$ :

$$\vec{T}'_B + \vec{T}'_B + M\vec{g} = M\vec{a}_o \Rightarrow \quad (13)$$

$$-2T + Mg = M(a/2) \rightarrow 2Mg - 4T = Ma \quad (14)$$

- Buscamos ángulo  $\theta$ . Primero usar Ec. 10 para  $N$  en Ec. 12 ...

$$T \cos \theta = (mg \cos \theta) \sin \theta \rightarrow T = mg \sin \theta \quad (15)$$

- Sustituir este valor para  $T$  en Ec. 9 para  $T$  ...

$$(mg \sin \theta) - mg \sin \theta = ma \rightarrow \underline{\underline{a = 0}}. \quad (16)$$

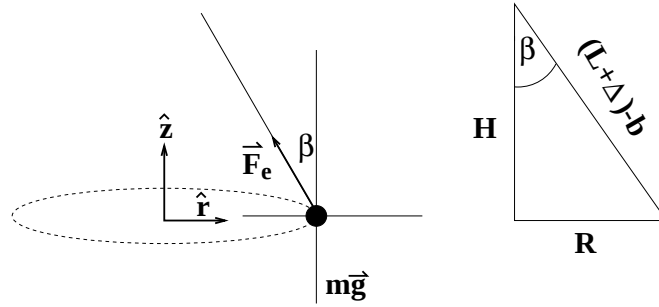
- Reemplazar  $a = 0$  y  $T = mg \sin \theta$  en Ec. 14 ...

$$2Mg - 4(mg \sin \theta) = m0 \rightarrow \underline{\underline{\sin \theta = \frac{M}{2m}}} \quad (17)$$

- Caso  $\theta \sim \pi/2 \Rightarrow \sin \theta \sim 1 \Rightarrow M \sim 2m$ . Este caso corresponde a bloque suspendido por carga en polea. En tal caso la aceleración nula sólo es compatible con  $M \sim 2m$ .

PUNTUACION: (0.6 + 0.7 + 0.6) Ptos por DCL's correctos + 2Ptos ecuaciones correctas (con proyecciones) + 1Pto por despeje (correcto) de  $a$  y  $\sin \theta$  + 1Pto discusión aceptable.

PROBLEMA 3



- Considerando la bolita como el objeto a estudiar, las fuerzas sobre ésta son: fuerza del elástico ( $\vec{F}_e$ ; magnitud  $k\Delta$ ) y el peso  $m\vec{g}$ . Ecuación de movimiento y proyecciones según  $\hat{r}$  y  $\hat{z}$ :

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \quad (18)$$

$$-k\Delta \sin \beta = -m\omega^2 R \quad (\text{según } \hat{r}) \quad (19)$$

$$k\Delta \cos \beta - mg = 0 \quad (\text{según } \hat{z}) \quad (20)$$

- $R$  es el radio de la órbita. El tramo de elástico fuera del tubo es  $L + \Delta - b$ ; el radio es  $(L + \Delta - b) \sin \beta$ . Sustituyendo en las ecuaciones 19 y 20 se tiene

$$k\Delta = m\omega^2(L + \Delta - b) \quad (21)$$

$$k\Delta \cos \beta = mg \quad (22)$$

- Combinando estas dos últimas ecuaciones obtenemos:

$$\omega^2 = \frac{mg / \cos \beta}{m(L + mg/k \cos \beta - b)} \rightarrow \omega^2 = \frac{g}{(L - b) \cos \beta + mg/k} \quad (23)$$

- Para la energía mecánica total  $E$  consideramos:  $E = K + U_g + U_e$

- Energía cinética  $K$

$$K = \frac{1}{2}m\omega^2 R^2 = \frac{1}{2}mg \left[ (L - b) \cos \beta + \frac{mg}{k} \right] \tan^2 \beta \quad (24)$$

- Energía elástica  $U_e$ : Utilizando  $\Delta = mg/k \cos \beta$ ,

$$U_e = \frac{1}{2}k\Delta^2 = \frac{1}{2}mg \left( \frac{mg}{k} \right) \frac{1}{\cos^2 \beta} \quad (25)$$

- Energía gravitacional  $U_g$  Sea  $H$  la profundidad de la bolita c/r boca del tubo y  $H_o$  la misma profundidad pero con bolita colgando, entonces:

$$H = (L + \Delta - b) \cos \beta \quad (26)$$

$$H_o = (L + \Delta_o - b) = (L + mg/k - b), \quad (27)$$

Con ésto la energía gravitacional es

$$U_g = -mg(L + \Delta - b) \cos \beta + mg(L + mg/k - b) = mg(L - b)(1 - \cos \beta) \quad (28)$$

- Si  $k \rightarrow \infty$  entonces la velocidad angular  $\omega^2 \rightarrow g/(L - b) \cos \beta$ ; si además  $\beta \rightarrow \pi/2$  entonces  $\omega^2 \rightarrow \infty$ . Se trata entonces de una cuerda ideal que para estar horizontal debe rotar con velocidad angular infinita.

PUNTUACION: 1Pto DCL correcto + 1Pto ecuaciones correctas (con proyecciones) + 1Pto despeje de  $\omega^2$  correcto + 2/3 Pto por cada termino de energía + 1Pto discusión aceptable.