

# Control 1

**Profesor: Rodrigo Palma**

Auxiliar: Valentina Norambuena

Ayudantes: Francisco Cornejo, Javiera Jaime, Felipe Keim, Alejandra Olguín

8 de mayo del 2024

**Nota:** Para el desarrollo de este control se permite el uso personal de una hoja de oficio de apuntes (lado y lado) y calculadora sólo para cálculos numéricos. Cada pregunta será evaluada con una nota de 1 a 7. La nota final corresponde al promedio simple de las notas de cada pregunta.

## Pregunta 1

Para el modelo de un sistema eléctrico mostrado en la siguiente figura, se requiere realizar una simulación de su comportamiento operacional en régimen permanente para determinar los niveles de tensión en las distintas barras (ver figura y datos en tablas). Considere  $S_b = 100$  [MVA] y  $V_b = 220$  [kV].

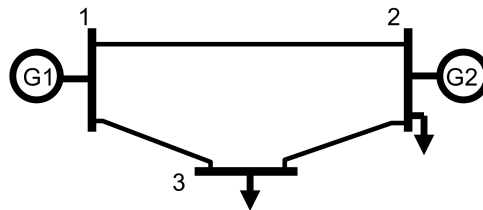


Figura 1: SEP P1

| Línea | Longitud<br>[km] | $R_{ij}$<br>[Ohm/km] | $X_{ij}$<br>[Ohm/km] | $B_{ij}/2$<br>[ $\mu S/km$ ] |
|-------|------------------|----------------------|----------------------|------------------------------|
| 1-2   | 80               | 0,1                  | 0,4                  | 1,425                        |
| 1-3   | 130              | 0,1                  | 0,4                  | 1,425                        |
| 2-3   | 100              | 0,1                  | 0,4                  | 1,425                        |

En la siguiente tabla se presenta una situación específica de operación del sistema:

| Barra | Voltaje p.u.<br>primera iteración | $P_{gen}$<br>[p.u.] | $Q_{gen}$<br>[p.u.] | $P_{load}$<br>[p.u.] | $Q_{load}$<br>[p.u.] |
|-------|-----------------------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| 1     | 1,05 ang $0^\circ$                | ?                   | ?                   | 0                    | 0                    |
| 2     | 1,05 ang $0^\circ$                | 0,8                 | ?                   | 0,5                  | 0,03                 |
| 3     | 1,0 ang $-1,7^\circ$              | 0                   | 0                   | 0,8                  | 0,56                 |

Matriz de admitancia nodal:

$$\begin{pmatrix} 5,7489 - j22,8506 & -3,5588 + j14,2353 & -2,1900 + j8,7602 \\ -3,5588 + j14,2353 & Y & -2,8471 + j11,3882 \\ X & -2,8471 + j11,3882 & 5,0371 - j19,9898 \end{pmatrix}$$

- a) **(0,5 pto)** Clasifique las barras de este sistema argumentando su elección y calcule los elementos faltantes de la matriz de admitancia nodal del sistema
- b) **(2,0 pto)** Plantear la primera iteración del método de Gauss Seidel para la barra 2.
- c) **(1,5 pto)** Compruebe que la solución del flujo de potencia mostrado en la tabla representa correctamente la operación en estado estacionario del SEP después de la tercera iteración del método Newton Raphson.

| Barra | Voltaje p.u.<br>tercera iteración |
|-------|-----------------------------------|
| 1     | 1,05 $\angle 0^\circ$             |
| 2     | 1,05 $\angle -0,43^\circ$         |
| 3     | 1,0224 $\angle -1,99^\circ$       |

- d) **(1,0 pto)** Explique el procedimiento que permitiría calcular la compensación reactiva requerida en la barra 3 de manera de obtener una tensión nominal en el suministro de esa barra.
- e) **(1,5 pto)** Se le pide solucionar el sistema descrito haciendo uso del modelo de flujo DC para el caso en que se abre el circuito 1-3.

## Pauta Pregunta 3

a) Clasifique las barras de este sistema argumentando su elección y calcule los elementos faltantes de la matriz de admitancia nodal del sistema. Los elementos de la matriz a encontrar son:

- $X$ : Producto de que la matriz de admitancia es simétrica, el elemento  $Y_{31}$  de la matriz de admitancia será igual al elemento  $Y_{13}$ , por lo tanto  $X = -2,1900 + j8,7602$ . También se puede calcular el elemento pedido con los parámetros del SEP:

$X$  corresponde al elemento que une la barra 1 con la barra 3, es decir la línea 1-3. En primer lugar calculamos la impedancia de la línea de transmisión pasando los valores a por unidad y multiplicando por el largo de la línea:

$$Z_{13} = \frac{l \cdot (R_{13} + jX_{13})}{Z_b} = \frac{130 \cdot (0,1 + j0,4)}{\frac{220^2}{100}} = 0,0269 + j0,1074 [pu]$$

Con esto se puede determinar el elemento de la matriz de admitancia como el opuesto de la admitancia de la línea:

$$X = Y_{31} = -\frac{1}{Z_{13}} = -2,1900 + j8,7602$$

- $Y$ : corresponde a la suma de todas las admitancias de aquellos elementos que se conectan a la barra 2. Calculamos las impedancias de las líneas en conjunto con las admitancias en paralelo:

$$\begin{aligned} Z_{12} &= \frac{l \cdot (R_{12} + jX_{12})}{Z_b} = \frac{80 \cdot (0,1 + j0,4)}{\frac{220^2}{100}} = 0,0165 + j0,0661 [pu] \\ Z_{23} &= \frac{l \cdot (R_{23} + jX_{23})}{Z_b} = \frac{100 \cdot (0,1 + j0,4)}{\frac{220^2}{100}} = 0,0207 + j0,0826 [pu] \\ j\frac{B_{12}}{2} &= \frac{l \cdot jB_{12}}{2} \cdot Z_b = \frac{80 \cdot j1,425 \cdot 10^{-6}}{2} \cdot \frac{220^2}{100} = j0,0552 [pu] \\ j\frac{B_{23}}{2} &= \frac{l \cdot jB_{23}}{2} \cdot Z_b = \frac{100 \cdot j1,425 \cdot 10^{-6}}{2} \cdot \frac{220^2}{100} = j0,0690 [pu] \end{aligned}$$

Con esto se calcula el elemento de la matriz de admitancia pedido:

$$Y = Y_{22} = \frac{1}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{23}} + j\frac{B_{12}}{2} + j\frac{B_{23}}{2} = 6,4059 - j25,4994$$

Además se nos pide clasificar las barras del sistema:

- Barra 1: Corresponden a una barra de generación con despacho no conocido y ángulo nulo, por lo que se elige como barra slack.
- Barra 2: Es una barra de generación, por lo que se considerará como barra PV.
- Barras 3: Es una barra de consumo, por lo que se clasifica como PQ.

**b) Plantear la primera iteración del método de Gauss Seidel para la barra 2.**

Para realizar la iteración debemos definir el vector de condiciones iniciales. Para esto se usan los voltajes entregados:

$$\mathbf{V}^{(0)} = \begin{pmatrix} V_1^{(0)} \\ V_2^{(0)} \\ V_3^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,05 \angle 0^\circ \\ 1,05 \angle 0^\circ \\ 1,00 \angle -1,7^\circ \end{pmatrix}$$

Dado que la barra 2 es de tipo PV, necesitamos calcular la potencia reactiva en esta barra:

$$\begin{aligned} \hat{Q}_2^{cal,1} &= -\text{Im} \left\{ (\hat{V}_2^{(0)})^* \cdot (Y_{12}\hat{V}_1^{(0)} + Y_{22}\hat{V}_2^{(0)} + Y_{33}\hat{V}_3^{(0)}) \right\} \\ &= -\text{Im} \left\{ 1,05 \cdot ((-3,5588 + j14,2353) \cdot 1,05 \right. \\ &\quad \left. + (6,4059 - j25,4994) \cdot 1,05 + (-2,8471 + j11,3882) \cdot (1 \angle -1,7^\circ)) \right\} \\ &= 0,3452 \end{aligned}$$

Con lo anterior se puede calcular el nuevo ángulo, dado que la magnitud de tensión ya es conocida.

$$\begin{aligned} \delta_2^{(1)} &= \arg \left\{ \frac{1}{Y_{22}} \left( \frac{P_2^{esp} - j\hat{Q}_2^{cal,1}}{\hat{V}_2^{*(0)}} - Y_{12}\hat{V}_1^{(0)} - Y_{23}\hat{V}_3^{(0)} \right) \right\} \\ &= \arg \left\{ \frac{1}{6,4059 - j25,4994} \left( \frac{0,8 - 0,5 - j0,3452}{1,05} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (-3,5588 + j14,2353) \cdot 1,05 - (-2,8471 + j11,3882) \cdot (1 \angle -1,07^\circ) \right) \right\} \\ &= -0,38^\circ \end{aligned}$$

Con lo que se actualizan las tensiones y ángulos:

$$\mathbf{V}^{(1)} = \begin{pmatrix} V_1^{(1)} \\ V_2^{(1)} \\ V_3^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,05 \angle 0^\circ \\ 1,05 \angle -0,38^\circ \\ 1,00 \angle -1,7^\circ \end{pmatrix}$$

**c) Compruebe que la solución del flujo de potencia mostrado en la tabla representa correctamente la operación en estado estacionario del SEP después de la tercera iteración del método Newton Raphson.**

Para comprobar que la solución ha convergido utilizamos las ecuaciones de mismatch. Para esto necesitamos calcular las potencias para esta iteración. Se utilizan las ecuaciones nodales de potencia:

$$\begin{aligned} P_i^{cal} &= V_i^2 G_{ii} + V_i \sum_{j=1, j \neq i}^3 V_j (G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)) \\ Q_i^{cal} &= -V_i^2 B_{ii} + V_i \sum_{j=1, j \neq i}^3 V_j (G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)) \end{aligned}$$

En este caso tenemos los valores de  $P_2 = 0,3$ ,  $P_3 = -0,8$  y  $Q_3 = -0,56$  por lo que calculamos

estas potencias para determinar el error:

$$P_2^{cal} = V_2^2 G_{22} + V_2 \sum_{j=1, j \neq 2}^3 V_j (G_{2j} \cos(\delta_2 - \delta_j) + B_{2j} \sin(\delta_2 - \delta_j)) = 0,2988$$

$$P_3^{cal} = V_3^2 G_{33} + V_3 \sum_{j=1, j \neq 3}^3 V_j (G_{3j} \cos(\delta_3 - \delta_j) + B_{3j} \sin(\delta_3 - \delta_j)) = -0,7990$$

$$Q_3^{cal} = -V_3^2 B_{33} + V_3 \sum_{j=1, j \neq 3}^3 V_j (G_{3j} \sin(\delta_3 - \delta_j) - B_{3j} \cos(\delta_3 - \delta_j)) = -0,5593$$

Las ecuaciones de mismatch corresponden al error de la potencia esperada versus la calculada:

$$\begin{aligned} \Delta P_2 &= |P_2^{esp} - P_2^{cal}| \\ &= 0,0012 = 0,12[MW] \\ \Delta P_3 &= |P_3^{esp} - P_3^{cal}| \\ &= 0,0010 = 0,1[MW] \\ \Delta Q_3 &= |Q_3^{esp} - Q_3^{cal}| \\ &= 0,0007 = 0,07[MVar] \end{aligned}$$

Con lo que el error máximo es igual a 0,12 [MW]. Bajo un grado de tolerancia de 1[MW] se concluye que efectivamente el método ha convergido y representa la operación en estado estacionario del sistema.

- d) **Explique el procedimiento que permitiría calcular la compensación reactiva requerida en la barra 3 de manera de obtener una tensión nominal en el suministro de esa barra.**

Para calcularla es posible considerar un generador imaginario en esta barra cuya inyección de potencia activa sea cero y su consigna de voltaje sea  $V = 1$  [p.u.]. De esta manera, la barra 3 pasará a ser una barra PV con el voltaje deseado y se puede volver a iterar el flujo de potencia con el nuevo sistema.

Con el resultado del flujo de potencia es posible utilizar las ecuaciones nodales de potencia para determinar  $Q_3$  que corresponderá a la potencia reactiva de la barra tres que se requiere para que el voltaje en esta barra sea el nominal. De esta manera bastará con restar este resultado con la potencia reactiva consumida en la barra (0,56 [pu]) y se obtendrá la compensación necesaria.

- e) **Se le pide solucionar el sistema descrito haciendo uso del modelo de flujo DC para el caso en que se abre el circuito 1-3.**

Dado que se abre la línea 1-3 se obtiene un sistema lineal lo que facilita los cálculos. En primer lugar se puede ver que por inspección es posible determinar los flujos por las líneas. En la barra 3 hay un consumo  $P_3 = 0,8$  [pu], entonces el flujo que llega a esta barra debe ser 0,8 [pu] (dado que no hay generación en esta barra). Así:

$$P_{23} = 0,8 \text{ [pu]}$$

En la barra 2 hay una inyección neta de 0,3 [pu] potencia activa (generación menos consumo). Puesto que de esta barra debe fluir un flujo de 0,8 [pu] hacia la barra 3, es necesario que exista un flujo entrante positivo igual a 0,5 [pu] para cumplir el balance de potencia en la barra. Así:

$$P_{12} = 0,5 \text{ [pu]}$$

Con los flujos determinados es posible determinar los ángulos de tensión en las barras utilizando la ecuación del flujo DC.

$$P_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{X_{ij}}$$

$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}} = \frac{0 - \theta_2}{0,4 \cdot 80 \cdot \frac{1}{484}}$$

De esta ecuación se puede despejar  $\theta_2$  puesto que se sabe que  $P_{12} = 0,5$  [pu]. Con lo que se obtiene que  $\theta_2 = 0,033058[\text{rad}] = 1,89^\circ$ . Siguiendo un procedimiento análogo se puede determinar  $\theta_3$  que resulta igual a  $-5,68^\circ$ . De esta forma los voltajes serán:

$$\mathbf{V}^{(\text{DC})} = \begin{pmatrix} V_1^{(\text{DC})} \\ V_2^{(\text{DC})} \\ V_3^{(\text{DC})} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,05 \angle 0^\circ \\ 1,05 \angle -1,89^\circ \\ 1,00 \angle -5,68^\circ \end{pmatrix}$$