RESUMEN LAB 2: REGRESIÓN LINEAL

FI2003-1 • 2023-3 • Profesor: Diego Guzmán • Auxiliares: Milan Campos, Christopher Cid, Camilo Fredes, Sofía López, Vicente Maldonado, Nicolás Molina y Bianca Zamora

Física
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Regresión lineal

Método para hallar la mejor línea recta que represente el comportamiento de datos experimentales modelados por una relación lineal entre ellos.

El **método de mínimos cuadrados** consiste en calcular la diferencia entre los datos observados y predichos, y a partir de esto optimizar la función χ^2 para encontrar los mejores valores de pendiente e intercepto para el modelo.

$$\chi^2 \coloneqq \chi^2(a,b) = \sum_{i=1}^{N} (y_i^m - y_i)^2$$

$$y_i^m = a x_i + b$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i - N \sum_{i=1}^N x_i y_i}{\left(\sum_{i=1}^N x_i\right)^2 - N \sum_{i=1}^N x_i^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^N y_i - a \sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

El **coeficiente de regresión lineal** caracteriza la calidad del ajuste.

$$R^2 = 1 - \frac{\chi^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \langle y \rangle)^2}$$

$R^2 \to 0$ mal ajuste
$R^2 \to 1$ buen ajuste

Errores en la medición

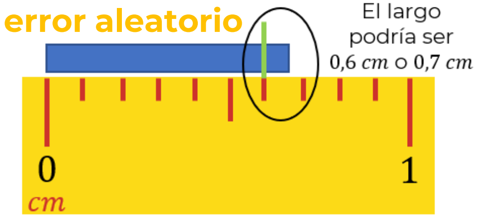
medición

$a \pm \Delta a$

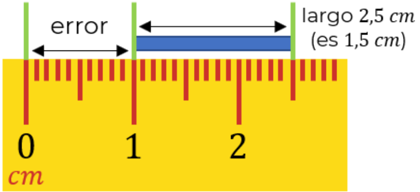
Magnitud medida (o promedio de la muestra de magnitudes medidas)

Error asociado a la medida (o desviación estándar de la muestra de las medidas)

error aleatorio



error sistemático



El **error instrumental** se utiliza cuando se realiza solo una medición: es la mitad de la menor escala que mide el instrumento, salvo que se indique en el manual del aparato.

El error instrumental tiene unidades de medida, y siempre deben ser las mismas que de la cantidad.

Ejemplo:
Medida: 1,5 cm (15 mm)
Menor escala: 0,1 cm (1 mm)
Error inst.: 0,05 cm (0,5 mm)

El **error porcentual** permite comparar una medida experimental con su valor teórico.

$$\left|\frac{\text{valor teór.} - \text{valor exp.}}{\text{valor teórico}}\right| \cdot 100\%$$

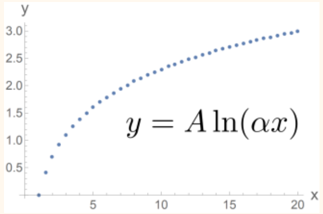
Para una función de N variables x_i y N errores asociados Δx_i, su **propagación de errores** es

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i\right)^2}$$ y la **expresión de la cantidad** es

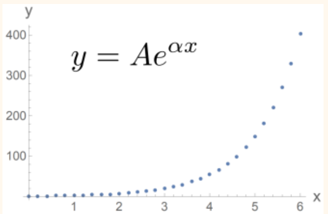
$$f(x_1 \pm \Delta x_1, x_2 \pm \Delta x_2, \ldots, x_N \pm \Delta x_N) = f(x_1, x_2, \ldots, x_N) \pm \Delta f.$$

Ajustes lineales

modelo logarítmico



modelo exponencial



La idea es llevar la ecuación a la forma:
var. dep. $=$ constantes $\cdot$ var. indep. $+$ constantes

Las constantes que ponderan a la variable se denominan a, y la constantes que la acompañan b.

Ejemplo

$$\Longrightarrow f_n^L = \frac{nc}{2L} \iff \frac{f_n^L}{n} = \frac{c}{2L}$$

$$\Longrightarrow \log\left(\frac{f_n^L}{n}\right) = \log\left(\frac{c}{2L}\right) = \log\left(\frac{c}{2}\right) - \log(L)$$

$$\Longrightarrow y^* = ax^* + b$$

El procedimiento es correcto independiente de si se usa log o $\ln$ (pues estas cantidades solo difieren por una constante debido al cambio de base), pero debe ser **consistente** i.e. utilizar la misma función siempre.

Es importante realizar la regresión lineal a las nuevas variables en escala logarítmica.