Departamento de Ingeniería Matemática
MA2601-2 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
Profesor: Patricio Quiroz H.
Auxiliares: Sivert Escaff G.,Anaís Muñoz P., Bruno Skarmeta

Auxiliar 6: Wronskiano y formula de abel

25 de Agosto de 2023

P1. Sean $p, q : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funciones continuas. Considere y_1, y_2 soluciones linealmente independientes de la ecuación

$$y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0.$$

Demuestre que $W(y_1, y_2)$ es constante si y sólo si $p(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Explique por qué la equivalencia no es cierta si y_1, y_2 son linealmente dependientes.

P2. Encuentre la solucion general de las siguientes ecuaciones diferenciales:

(a) $y'' - 16y = 1$
(b) $y''' - 16y = sen(2x)$
(c) $y'''' - 16y = sen(2x)$

P3. sea $\alpha > 0$.

(a) Considere la siguiente ecuacion con condiciones de borde:

$$y'' - \alpha^2 y = sen(x), y(0) = a, y(1) = b$$

Encuentre condiciones sobre α,a y b para que la ecuacion no tenga solucion, tenga infinitas soluciones o tenga una unica solucion.

(b) Considere la siguiente ecuacion con condiciones de borde:

$$y'' + \alpha^2 y = e^x, y(0) = a, y(1) = b$$

Encuentre condiciones sobre α,a y b para que la ecuacion no tenga solucion, tenga infinitas soluciones o tenga una unica solucion.

P4. Si las ecuaciones:

$$y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0$$

$$y'' + b_1(x)y' + b_0 y = 0$$

con $x \in [a, b]$ tienen las mismas solciones, pruebe que $a_1 \equiv b_1$ y $a_0 \equiv b_0$ Hint: Considere una misma base de soluciones para ambas EDO‘s.

P5. (a) Sean f,g funciones de clase $C^1(I)$, con $g(x) \neq 0 \forall x \in I$ y f no identicamente nula.Pruebe que:

$$W(f, g) = 0, \forall x \in I \Rightarrow \exists c \in \mathbb{R} tal que f(x) = cg(x)$$

(b) Suponga que y_1, y_2 son soluciones linealmente independientes de:

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$$

(I) Muestre que $z_1 = y_2 - y_1$ con $z_2 = y_2 + y_1$ son linealmente independientes.
(II) Pruebe que y_1,y_2 no se pueden anular simultaneamente, ni tampoco sus derivadas.
(III) Demuestre que si y_1,y_2 tienen el mismo punto de inflexion t_0 entonces $p(t_0) = q(t_0) = 0$.