

Clase Auxiliar #11: Superficies del manto y coordenadas polares

Profesor: Cristián Reyes, **Auxiliares:** Nicolás Cornejo y Sebastián Pincheira

Prop 1 (Área bajo la curva). f integrable

$$A = \int_a^b |f(x)| dx$$

Prop 2 (Volumen de un sólido). A integrable

$$V = \int_a^b A(x) dx$$

Prop 3 (Volumen en torno a eje OX). f int.

$$V_{OX} = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

Prop 4 (Volumen en torno a eje OY). f int.

$$V_{OY} = 2\pi \int_a^b x f(x) dx$$

Prop 5 (Largo de curva). $f \in C^1$

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Prop 6 (Superficie en torno a eje OX). $f \in C^1$

$$S_{OX} = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Prop 7 (Superficie en torno a eje OY). $f \in C^1$

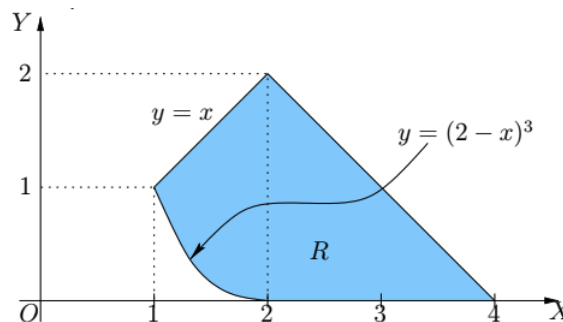
$$S_{OY} = 2\pi \int_a^b x \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Prop 8 (Área polar). r integrable

$$A = \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} (r(\theta))^2 d\theta$$

P1 Considere la región R de la figura.

- Calcule el área de R .
- Calcule el volumen del sólido de revolución generado al rotar R en torno al eje OY.
- Calcule el área del manto del sólido de revolución generado al rotar R en torno al eje OX.



P2 Considere la cardioide de ecuación polar $\rho(\theta) = R - 2R\sin(\theta)$, donde $R > 0$ es una constante. Bosqueje la curva y calcule el área encerrada por el loop interior de la cardioide.

P3 Calcular el área de la región que queda fuera de la cardioide $\rho(\theta) = 2(1 - \cos(\theta))$ y dentro del círculo $\rho(\theta) = -6\cos(\theta)$

P4 [Propuesto] Sea $r > 0$. Se define la región $\mathcal{R}$ por:

$$\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq r^2, x^2 + y^2 - 2ry \geq 0, y \geq 0\}$$

Calcule la superficie del sólido engendrado al rotar la región $\mathcal{R}$ en torno al eje OX.