



IN3171 - Modelamiento y Optimización

Auxiliar N° 7 - Dualidad I

Profesora: Natalia Trigo

Auxiliares: María Camila Escamilla, Claudio Fierro, Tomás González y Mariana Quiroga

P1.

Considerando el problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & 3x_1 - 2x_2 \\ \text{s.a} \quad & 2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ & 2x_1 - 2x_2 \geq -3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Escriba su problema dual.

P2. Considere dos poliedros no vacíos:

$$P = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b\}, \quad Q = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Cx \leq d\}$$

Nos interesa saber si ambos poliedros tienen o no algún punto en común.

(a) Formule un problema lineal tal que si $P \cap Q$ es no vacío, retorne un punto que esté en $P \cap Q$, y si $P \cap Q$ es vacío, el problema sea infactible.

(b) Suponga que $P \cap Q$ es vacío. Use el dual del problema formulado en la parte anterior para mostrar que existe un vector $w \in \mathbb{R}^n$ tal que $x_P^T w < x_Q^T w$ para todo $x_P \in P$ y $x_Q \in Q$.

P3. [Propuesto] Dado $n > 3$, considere el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + nx_n \\ \text{s. a} \quad & x_1 \geq 1 \\ & x_1 + x_2 \geq 2 \\ & x_1 + x_2 + x_3 \geq 3 \\ & \vdots \\ & x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n \geq n \\ & x_i \geq 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

(a) Escriba el problema dual (D).

(b) Resuelva (D).