Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI3111 – Mecánica Clásica

Auxiliar 9

Hamiltoniano I

Profesor: Fernando Lund
Auxiliar: Javier Huenupi
Ayudante: P. Joaquín

P1.- M.A.S

Usando formalismo Hamiltoniano, encuentre las ecuaciones de movimiento de un oscilador armónico simple.

P2.-

Considere una partícula de masa m que se mueve en un cono invertido de ángulo de apertura α.

a) Encuentre el Lagrangiano del sistema

b) Calcule los momentum conjugados asociados a los grados de libertad

c) Encuentre el Hamiltoniano del sistema y calcule las ecuaciones de Hamilton

P3.-

Considere una partícula de masa m que se mueve siguiendo una espiral de radio R y paso a. Encuentre el Hamiltoniano del sistema y las cantidades conservadas

P4.- Electromagnetismo

Considere una partícula no relativista de masa m y carga q moviéndose en presencia de un campo electromagnético, el Lagrangiano de este sistema está dado por

$$L = T - V = \frac{1}{2}mv^2 - q\phi + q\mathbf{A}\cdot\mathbf{v}\,,$$

donde ϕ y $\mathbf{A}$ son funciones de la posición y el tiempo. Encuentre el Hamiltoniano del sistema.

P5.- Sistema de partículas: Propuesto

Encuentre el Hamiltoniano de un sistema compuesto por una partícula de masa M y n partículas de masa m. Para esto:

a) Primero encuentre el Lagrangiano L de este problema

b) Elimine el movimiento del centro de masa (CM) definiendo

$$\mathbf{r}_a \equiv \mathbf{R}_a - \mathbf{R}$$

con $\mathbf{R}$ la posición de la masa M y $\mathbf{R}_a$ la posición de la partícula a-ésima de masa m

c) Por ausencia de fuerzas externas, defina la posición del CM en $\mathbf{R}_{\text{CM}} = 0$

d) Encuentre las momentum conjugados y exprese el Hamiltoniano usando

$$H = \sum_i p_i q_i - L$$

Formulario

Ecuaciones de Hamilton

A partir de un Lagrangiano L en función de las coordenadas y velocidades, q_i, $\dot{q}_i$, los momentum conjugados se calculan como

$$p_i \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} .$$

A partir de los momentum, el Hamiltoniano H del sistema se calcula como

$$H = \sum_i p_i \dot{q}_i - L ,$$

donde los $\dot{q}_i$ se expresan función de los momentum $\{p_j\}$.

El simil de las ecuaciones de Euler-Lagrange de mecánica Lagrangiana, en mecánica Hamiltoniana son las ecuaciones de Hamilton

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \qquad \wedge \qquad \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}$$