

# Auxiliar 8

## Mapas de Poincaré y Modelo de Lorenz

**Profesor: Fernando Lund**

Auxiliar: Javier Huenupi

Ayudante: P. Joaquín

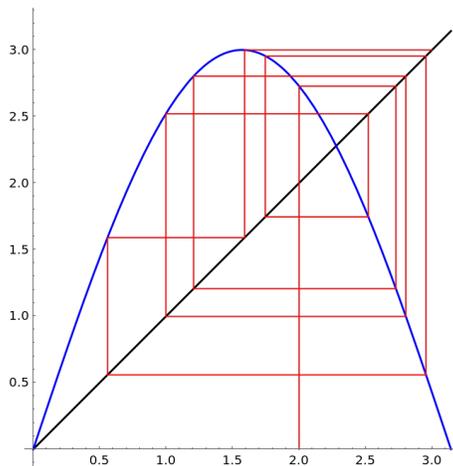
### **P1.-** Mapa de Poincaré

Considere que el movimiento de una partícula está dada por el campo vectorial en coordenadas polares

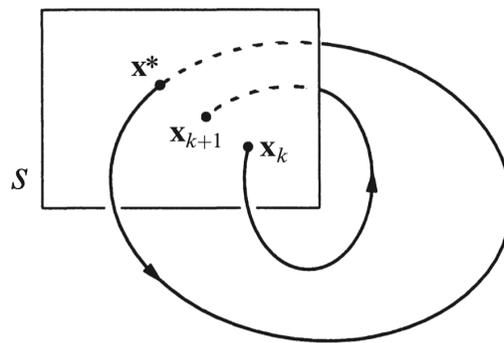
$$\begin{aligned}\dot{r} &= r(1 - r^2) \\ \dot{\theta} &= 1\end{aligned}$$

Coloque la sección de superficie  $S$  (ver Figura de la derecha) en el plano  $x - z$  de coordenadas cartesianas.

- Identifique el periodo de la órbita y calcule la solución de  $r(t)$
- Utilice un gráfico *cobweb* (ver Figura de la izquierda) para mostrar que el sistema tiene una única órbita periódica, y calcúlela
- Analíticamente, analice la estabilidad de la órbita periódica encontrada utilizando la ecuación linealizada y la ecuación de valores propios asociada



(a) Gráfico *cobweb*



(b) Sección de superficie  $S$ , perpendicular al flujo de órbitas

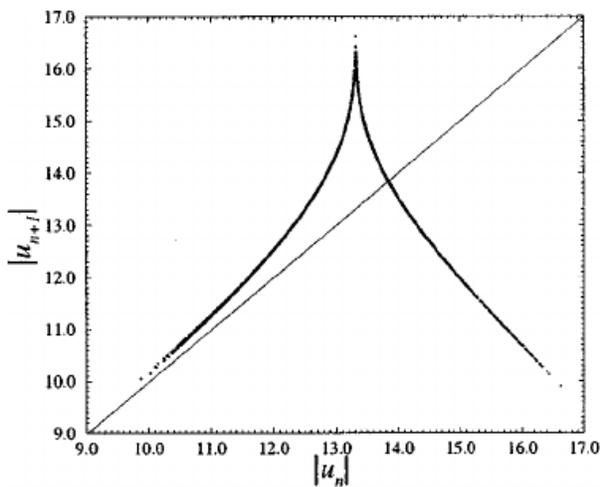
## P2.- Mapa de Lorenz

Considere el mapa de tipo carpa

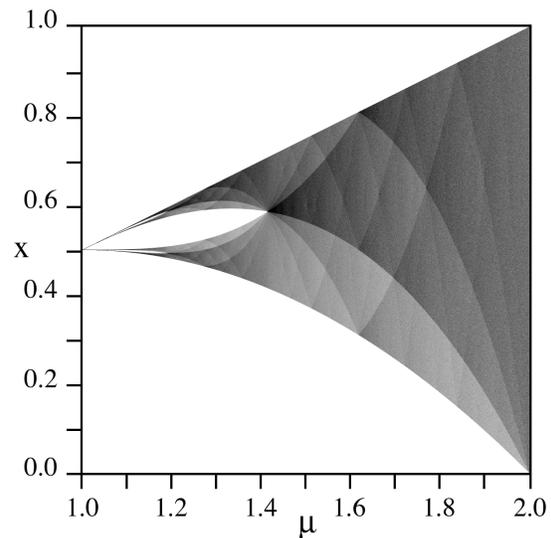
$$x_{n+1} = \begin{cases} 2x_n, & 0 \leq x_n \leq 1/2 \\ 2 - 2x_n, & 1/2 \leq x_n \leq 1 \end{cases}$$

como un modelo analítico simple del mapa de Lorenz

- ¿Por qué se le conoce como *mapa de carpa*?
- Encuentre todos los puntos fijos y clasifique sus estabilidades
- Muestre que el mapa tiene una órbita de periodo-2, ¿es estable o inestable?
- ¿Puede encontrar algún punto de periodo-3? ¿y de periodo-4? Si así es, ¿las órbitas periódicas correspondientes son estables o inestables?



(c) Mapa de Lorenz original



(d) Diagrama de bifurcación de un mapa de carpa