

Auxiliar 6

Oscilaciones no lineales

Profesor: Fernando Lund

Auxiliar: Javier Huenupi

Ayudante: P. Joaquín

P1.- Péndulo anarmónico

Considere un péndulo con una masa m suspendida en un resorte ideal con constante elástica k y largo natural l_0 y en presencia de un campo gravitatorio g , ver Figura 1.

- Calcule el Lagrangiano y expanda en Taylor hasta tercer orden el término asociado a la energía potencial elástica
- Encuentre las ecuaciones de movimiento
- Para resolver la ecuación de movimiento orden por orden, expanda las coordenadas cartesianas como $x = x^{(0)} + \lambda x^{(1)}$ y $y = y^{(0)} + \lambda y^{(1)}$, al igual que las frecuencias del sistema $\nu_i = \omega_i + \lambda \omega_i^{(1)}$, donde $\lambda \ll 1$ es un parámetro perturbativo del problema

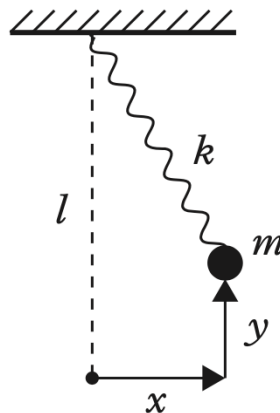


Figura 1: Péndulo-resorte

Expansión en Taylor

Sabemos que una función $f(x)$ de una sola variable puede ser expandida en torno a un punto x_0 en serie de Taylor como

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n f(x_0)}{dx^n} (x - x_0)^n,$$

mientras que para una función de dos variables, $f(x, y)$, en torno a un punto (x_0, y_0) , sería

$$f(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{i!j!} \frac{\partial^{i+j} f(x_0, y_0)}{\partial x^i \partial y^j} (x - x_0)^i (y - y_0)^j.$$