Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI3111 – Mecánica Clásica

Auxiliar 5

Oscilaciones paramétricas I

Profesor: Fernando Lund
Auxiliar: Javier Huenupi
Ayudante: P. Joaquín

P1.- Ecuación de Mathieu con roce

La ecuación de movimiento del péndulo de kapitza plano con roce viscoso está dada por la ecuación de Mathieu a la que se le agrega un término $\beta\dot{\eta}$

$$\ddot{\eta} + \beta\dot{\eta} + [\epsilon - 2h\cos(2t)]\,\eta = 0\,.$$

Las regiones de estabilidad e inestabilidad para el caso sin roce ($\beta = 0$) se visualizan en la Figura 1

a) Para $\beta = 0$ calcule las expresiones analíticas de los límites que definen las regiones de estabilidad para una región en torno a $(h, \epsilon) = (0, 1)$ (origen de la primera lengua de la Figura) considerando $h \ll 1$

b) Repita el cálculo anterior pero para $\beta \neq 0$

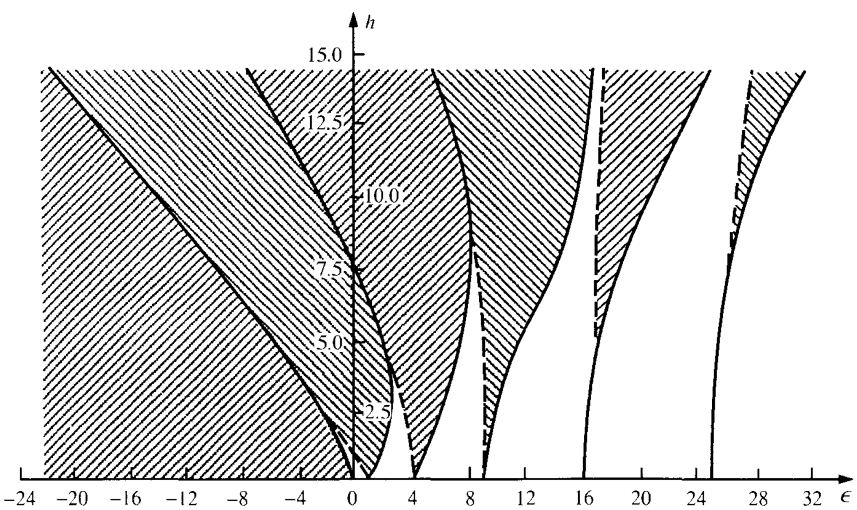

Figura 1: Regiones de estabilidad (zonas blancas) e inestabilidad (zonas achuradas) en función de los parámetros del problema

P2.- **Péndulo Andronov-Kapitza**

Considere un aro de diámetro R, el cual está lubricado. Un anillo de masa m puede deslizarse sobre el aro sintiendo el efecto de disipación de tipo húmeda caracterizada por el coeficiente de amortiguamiento λ.

Si el aro es sometido a girar con respecto a la vertical con una velocidad angular $\boldsymbol{\Omega}$ (ver Figura 2)

a) Encuentre las ecuaciones de movimiento

b) Calcule los puntos de equilibrio y caracterícelos en función de los parámetros del problema

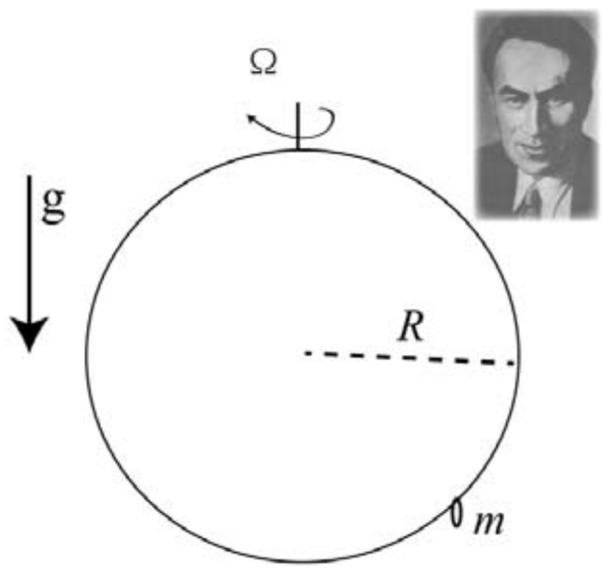

Figura 2: Péndulo de Andronov-Kapitza

Roce viscoso

Para considerar un problema con roce viscoso lineal con coeficiente λ, el Lagrangiano se modifica como

$$L' = e^{2\lambda t} L \,,$$

donde L es el Lagrangiano de toda la vida. Entonces las ecuaciones de movimiento se calculan utilizando las mismas ecs. de Euler-Lagrange, pero usando L'

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L'}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L'}{\partial q_i} = 0$$