

**FI3102-1 Física Moderna****Profesor:** Álvaro Núñez**Auxiliar:** Daniel Lobos**Ayudante:** Felipe Cárdenas

## Tarea 8

Fecha de entrega: 13 de noviembre de 2023

### ENTREGA PRESENCIAL Y EN HOJAS SEPARADAS

- P1.** a) Encuentre los elementos de matriz  $\langle n|\hat{x}|n'\rangle$  y  $\langle n|\hat{p}|n'\rangle$  en la base (ortonormal) de estados estacionarios para el oscilador armónico

$$\langle x|n\rangle = \psi_n = \frac{1}{\sqrt{n!}}(a_+)^n\psi_0$$

Además, construya las matrices (infinitas)  $\mathbf{X}$  y  $\mathbf{P}$ .

- b) Muestre que  $\frac{1}{2m}\mathbf{P}^2 + \frac{m\omega^2}{2}\mathbf{X}^2 = \mathbf{H}$  es diagonal en esta base.

- P2.** El hamiltoniano de un cierto sistema de dos niveles es

$$\hat{H} = \epsilon (|1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2| + |1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|), \quad (1)$$

donde  $\{|1\rangle, |2\rangle\}$  es una base ortonormal y  $\epsilon$  es una cantidad con dimensiones de energía.

- a) Encuentre los valores y vectores propios (como combinaciones lineales de  $|1\rangle$  y  $|2\rangle$ ).
- b) Escriba de forma matricial el hamiltoniano  $\hat{H}$ .

- P3. Mediciones secuenciales.** Un operador  $\hat{A}$ , representando al observable  $A$ , tiene dos autoestados normalizados:  $|\psi_1\rangle$  y  $|\psi_2\rangle$ , con autovalores  $a_1$  y  $a_2$ , respectivamente. El operador  $\hat{B}$ , representando al observable  $B$ , tiene dos autoestados normalizados:  $|\phi_1\rangle$  y  $|\phi_2\rangle$ , con autovalores  $b_1$  y  $b_2$ , respectivamente. Los autoestados están relacionados por

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{5} (3|\phi_1\rangle + 4|\phi_2\rangle) \quad |\psi_2\rangle = \frac{1}{5} (4|\phi_1\rangle - 3|\phi_2\rangle) \quad (2)$$

- a) Se mide el observable  $A$  y se obtiene el valor  $a_1$ . ¿Cuál es el estado de el sistema inmediatamente después de esta medición?
- b) Si ahora se mide  $B$ , ¿cuáles son los posibles resultados y sus probabilidades asociadas?
- c) Justo después de la medición de  $B$  se mide  $A$  nuevamente. ¿Cuál es la probabilidad de obtener  $a_1$ ? (Note que la respuesta hubiese diferido si se supiera el resultado de la medición de  $B$ ).

- P4.** El operador traslación  $\hat{\Omega}(a)$  es definido tal que

$$\hat{\Omega}(a)\phi(x) = \phi(x+a) \quad (3)$$

- a) Muestre que  $\hat{\Omega}(a)$  puede expresarse en términos del operador  $\hat{p} = -i\hbar\frac{d}{dx}$ .
- b) Muestre que  $\hat{\Omega}(a)$  es unitario.