FI3102-1 Física Moderna
Profesor: Álvaro Núñez
Auxiliar: Daniel Lobos
Ayudante: Felipe Cárdenas

Tarea 6

Fecha de entrega: 16 de octubre de 2023

ENTREGA PRESENCIAL Y EN HOJAS SEPARADAS

P1. a) Las misteriosas líneas observadas por el astrónomo estadounidense Edward Charles Pickering en 1896 en el espectro de la estrella ζ-Puppis se ajustan a la fórmula empírica

$$\frac{1}{\lambda} = R\left[\frac{1}{(n_\mathrm{f}/2)^2} - \frac{1}{(n_\mathrm{i}/2)^2}\right] \tag{1}$$

donde R es la constante de Rydberg. Demuestre que estas líneas pueden explicarse por la teoría de Bohr originadas por He^+.

b) Calcule la temperatura a la cual muchos átomos de hidrógeno están en su primer estado excitado ($n = 2$). ¿Qué serie debería ser la prominente en la absorción a esta temperatura? Realice este cálculo desde:

(I) la ecuación $N_2/N_1 = \exp(-\Delta E/k_\mathrm{B}T)$;

(II) el hecho de que $3k_\mathrm{B}T/2$ es la energía térmica promedio.

P2. En 1913, Bohr demostró que la cuantización del momento angular es una consecuencia de la emergencia gradual de resultados clásicos a partir de la teoría cuántica en el límite $n \to \infty$ (**principio de correspondencia**). Se quiere demostrar que la condición cuántica para la emisión de fotones ($\Delta E = \hbar\omega$) y la teoría de radiación de Maxwell (electrones con una frecuencia orbital ω deben radiar ondas de luz de frecuencia angular ω) se deben cumplir simultáneamente para el caso de órbitas electrónicas extremadamente largas. Para lograr demostrarlo se necesita encontrar el cambio de momento angular dado un cambio de energía del átomo cuando se emite luz, y a partir de esto demostrar que $L = n\hbar$.

a) Busque una relación entre la energía del átomo y la magnitud del momento angular total, $E = -ke^2/2r$ y $L = m_\mathrm{e}\omega r^2$, con ω frecuencia angular orbital del electrón que se mantiene constante con el cambio de órbita.

b) Cuando el electrón cambia de una órbita a otra ocurre un cambio de energía y de momento angular, encuentre la relación entre ambas variaciones en función de ω.

c) Considere que en la transición se emite un fotón con energía $\mathrm{d}E = \hbar\omega'$, utilizando la teoría de radiación de Maxwell encuentre el valor de la variación del momento angular y posteriormente la ecuación de cuantización del momento angular.

P3. a) (I) Calcule la frecuencia de revolución y el radio de la órbita del electrón en el modelo del átomo de hidrógeno de Bohr para $n = 100$, $n = 1000$ y $n = 10000$.

(II) Calcule la frecuencia del fotón para transiciones desde el estado n al $n-1$ para los mismos valores de n anteriores y compare con las frecuencias de revolución encontradas en la parte (I).

(III) Explique cómo sus resultados verifican el **principio de correspondencia**.

b) Use el modelo del átomo de hidrógeno de Bohr para demostrar que cuando un átomo realiza una transición de un estado n a $n-1$, la frecuencia de la luz emitida está dada por

$$\nu = \nu_{n\to n-1} = \frac{2\pi^2 m_{\mathrm{e}} k^2 e^4}{h^3}\left[\frac{2n-1}{(n-1)^2 n^2}\right] \tag{2}$$

Demuestre que en el límite $n \to \infty$, esta expresión varía como $1/n^3$ y se reduce a la frecuencia clásica a la cual uno esperaría que el átomo emita.
Indicación: para calcular la frecuencia clásica, note que la frecuencia de revolución es $v/2\pi r$, donde r está dado por

$$r = \frac{n^2\hbar^2}{m_e k e^2} \tag{3}$$

donde k es la constante de Coulomb.

P4. En una estrella caliente, un átomo ionizado múltiples veces con un único electrón restante produce una serie de líneas espectrales descritas por el modelo de Bohr. Esta serie corresponde a las transiciones electrónicas que terminan en el mismo estado final. Las longitudes de onda más largas y cortas de la serie son 63,3 nm y 22,8 nm, respectivamente. ¿De qué ion se trata? Encuentre las longitudes de onda de las siguientes tres líneas espectrales más cercanas a la línea de longitud de onda más larga.