

FI2002-2 Electromagnetismo

Profesor: Claudio Arenas

Auxiliares: Álvaro Flores & Tomás Vatel

Ayudante: Vicente Torelli

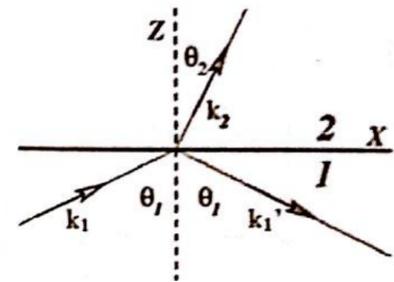


Auxiliar #24: Ondas Electromagnéticas II

5 de diciembre de 2023

P1. Considere una onda electromagnética incidiendo normalmente en la interfaz plana (Paralela al plano xy) entre un medio 1 (desde el cual viene la onda) y un medio 2. Ambos medios son neutros y perfectamente aislantes. Los índices de refracción son n_1 y n_2 , las permitividades eléctricas son ε_1 y ε_2 , y la permeabilidad magnética es la misma en ambos medios. En el medio 1, muy cerca del borde, E_1 y E'_1 corresponden a la magnitud de los campos eléctricos asociados a la onda incidente y reflejada, respectivamente. Por otro lado, en el medio 2, y muy cerca del borde también, E_2 es la magnitud del campo eléctrico asociado a la onda transmitida. Si las direcciones de las ondas incidente, reflejada y transmitida están dadas por los vectores \vec{k}_1 , \vec{k}'_1 y \vec{k}_2 respectivamente (ver figura):

- Encuentre dos ecuaciones que deben satisfacer E_1 , E'_1 y E_2 en términos de θ_1 , θ_2 , ε_1 y ε_2 . Suponga que el campo magnético en el borde apunta paralelo a \hat{j} .
- Mediante las condiciones de borde, deduzca la Ley de Snell. Con esto, demuestre que $E_1 - E'_1 = E_2 n_1/n_2$.
- En el caso $\theta_1 = 0$, encontrar las fracciones de flujo de energía reflejada y transmitida en el caso aire-vidrio, donde $n_1 = 1$ (aire) y $n_2 = 1,5$ (vidrio).



P2. Una onda que viaja por un medio dieléctrico con índice de refracción n incide normalmente sobre una superficie conductora plana de índice de refracción $n' = n(1 + i\rho)$. Suponga que la permeabilidad μ y permitividad ε son conocidas en cada medio.

- Determine la longitud de penetración, la velocidad y la longitud de onda en el medio conductor.
- Escribiendo los campos en cada medio respectivamente y evaluando con las condiciones de borde, determine la relación entre las amplitudes de las ondas reflejadas y transmitidas en función de la amplitud de la onda incidente. Aquí deben tener en cuenta dos cosas, primero exprese los números de onda en función de los índices de refracción y segundo, para su resultado haga la aproximación que las permeabilidades en cada medio son muy parecidas ($\mu_1 \approx \mu_2$).
- De las relaciones anteriores, determine la diferencia de fase entre las ondas incidentes y transmitidas, así como las ondas incidentes y reflejadas.

Resumen:

- **Incidencia de ondas en interfaces:** Cuando una onda electromagnética incide sobre un medio, interesan 3 ondas que componen el fenómeno:
 - **Onda incidente:** Es la onda que incide en el medio (la “original”), es de la forma $\vec{E}_I = \vec{E}_{I_0} e^{i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t)}$.
 - **Onda reflejada:** Es la onda que se refleja en la superficie del medio, es de la forma $\vec{E}_R = \vec{E}_{R_0} e^{i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega t)}$. Si la incidencia es normal, $\vec{k}_R = -\vec{k}_I$. Por otra parte, si la incidencia es oblicua, se obedecen las **leyes de la óptica geométrica**, que establece para la reflexión que $\theta_I = \theta_R$ (medido desde la normal a la superficie).
 - **Onda transmitida:** Es la onda que traspasa la superficie del medio, es de la forma $\vec{E}_T = \vec{E}_{T_0} e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)}$. Si la incidencia es normal, $\vec{k}_T = \vec{k}_I$. Por otra parte, si la incidencia es oblicua, se obedecen las **leyes de la óptica geométrica**, que establece para la transmisión que $n_I \sin \theta_I = n_T \sin \theta_T$ (medido desde la normal a la superficie). Esta última se denomina **Ley de Snell**.
- **Coefficientes de transmisión y reflexión:** A partir de las condiciones de borde, es posible expresar las amplitudes de las ondas reflejadas y transmitidas, en función de los índices de refracción de los medios involucrados.

$$E_{R_0} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right) E_{I_0} \quad E_{T_0} = \left(\frac{2n_2}{n_2 + n_1} \right) E_{I_0} \quad (1)$$

o también, reescribiendo, es posible expresar lo anterior en términos de las velocidades en los medios

$$E_{R_0} = \left(\frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} \right) E_{I_0} \quad E_{T_0} = \left(\frac{2v_2}{v_2 + v_1} \right) E_{I_0} \quad (2)$$

Luego, a partir de estos resultados, es posible escribir **la fracción de la energía transmitida** mediante el **coeficiente de transmisión**, y la **fracción de la energía reflejada** mediante el **coeficiente de reflexión**, calculados según

$$T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \quad R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad (3)$$

Lo anterior es sólo válido para incidencia normal. Sin embargo, por conservación de la energía, siempre se tiene que cumplir siempre que

$$R + T = 1 \quad (4)$$

- **Condiciones de borde:** Las condiciones de borde usadas frecuentemente (escritas de manera generalizada) son las siguientes:

$$\hat{n} \cdot \vec{D}_1 = \hat{n} \cdot \vec{D}_2 \quad \hat{n} \times \vec{E}_1 = \hat{n} \times \vec{E}_2 \quad (5)$$

$$\hat{n} \cdot \vec{B}_1 = \hat{n} \cdot \vec{B}_2 \quad \hat{n} \times \vec{H}_1 = \hat{n} \times \vec{H}_2 \quad (6)$$