

FI2002-2 Electromagnetismo

Profesor: Claudio Arenas

Auxiliares: Álvaro Flores & Tomás Vatel

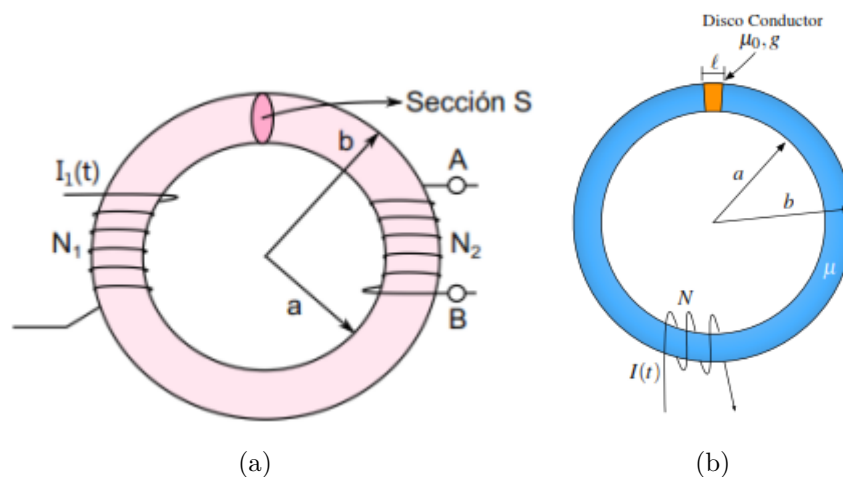
Ayudante: Vicente Torelli



Auxiliar #19: Inducción electromagnética y medios magnéticos

Viernes 17 de Noviembre de 2023

- P1.** Considere el siguiente circuito, el cual ilustra un toroide de radio interior a y exterior b con dos bobinas, en la bobina 1, pasa una corriente variable en el tiempo $I_1(t)$. El toroide se compone de un material ferromagnético de permeabilidad μ y sección uniforme S . Suponiendo que las líneas de los campos magnéticos ($\vec{B}$ y $\vec{H}$) al interior del toroide son circunferencias concéntricas y se suponen constantes en toda la sección. Se pide determinar para la figura (a):



- El valor de $\vec{H}$ y la magnetización $\vec{M}$ en el punto medio del toroide.
- La inductancia propia para la primera y segunda bobina y la inductancia mutua entre ambos bobinados.
- La fem inducida entre los puntos A y B.
- Si ahora se reemplaza el bobinado 2 por un entre hierro con un material conductor de una conductividad g tal como se ve en la figura de la derecha, determine los campos B , H y **Propuesto** la potencia disipada en el material conductor.

Resumen

Medios magnéticos

Dada la composición de momentos magnéticos en un material, lo que modela los medios materiales, se define el vector de magnetización como:

$$\vec{M} = \lim_{Vol \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{m}_i}{Vol} \quad (1)$$

El cual se define como la densidad de momento magnético por unidad de volumen dentro de un medio material.

En los medios magnéticos, existe una ley de Ampere generalizada (análoga a la ley de Gauss generalizada $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_{libre}$) que incluye el efecto del campo magnético que generan las corrientes de magnetización y define a un campo magnético $\vec{H}$ como:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B} \quad \vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad (2)$$

Con μ la permeabilidad del medio magnético y χ_m la susceptibilidad magnética. Con esto, es posible afirmar que:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_{libre} \quad \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{libre} \quad (3)$$

Donde I_{libre} se refiere a las corrientes reales que circulan por un material magnético y no a las debidas a la magnetización. La fórmula del lado izquierdo es la forma diferencial y la del lado derecho es la forma integral de la ley.

Las condiciones de borde en magnetostática son las siguientes:

$$B_{1n} = B_{2n} \quad \hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1)|_{interfaz} = \vec{K}_{libre} \quad (4)$$

Donde $\hat{n}$ es el vector unitario normal a la interfase de los medios.

Recomendación:

- En la literatura, tanto a $\vec{B}$ como a $\vec{H}$ se les llama "campos magnéticos", pero para diferenciarlos, se le denomina a $\vec{B}$ como la intensidad de campo magnético. Aquí, para no confundirlo con el nombre a la que acostumbramos, llamaremos a $\vec{H}$ como "campo magnético H".
- Conviene trabajar con las fórmulas del campo $\vec{H}$ cuando se trabaja con medios magnéticos y para identificarlos, basta con ver si el material posee alguna permeabilidad μ diferente a la del vacío μ_0 .
- Notar que según (2), para calcular la magnetización $\vec{M}$ basta con conocer los campos $\vec{B}$ y $\vec{H}$.

Inductancias propias y mutuas

Sea un circuito Γ por el cual circula una corriente I , esta corriente significa un flujo de campo magnético sobre este mismo circuito, se define una relación geométrica entre la fem inducida y la derivada temporal de la corriente que la genera.

$$\varepsilon = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -L \frac{\partial I}{\partial t} \quad (5)$$

En este caso, se asume que el flujo magnético $\Phi(t)$ tiene su dependencia temporal únicamente en la corriente $I(t)$, por lo tanto se define a la constante L como la **autoinductancia** o **inductancia propia** del circuito que relaciona al flujo magnético con la corriente que la genera como se muestra en (6) y resulta ser una cantidad constante que depende de las características geométricas del circuito, esta se mide en Henrys [H]. Esta es análoga a la capacitancia de un condensador donde el análogo a la carga es el flujo magnético y el análogo al voltaje es la corriente.

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad (6)$$

Ahora, en el caso de que sean dos circuitos Γ_1 y Γ_2 en los que circulan corrientes I_1 e I_2 respectivamente, habrá un flujo magnético que la corriente I_1 incidirá sobre el circuito Γ_2 , este flujo se define como Φ_{12} y de la misma forma Φ_{21} es el flujo magnético que es generado por I_2 sobre el circuito Γ_1 . Se define la inductancia mutua M como:

$$M = \frac{\Phi_{12}}{I_1} = \frac{\Phi_{21}}{I_2} \quad (7)$$

El cual es una cantidad que depende de la geometría de estos circuitos. Por lo tanto, la fem total sobre un circuito Γ_1 se puede escribir según las inductancias propias y mutuas con otro circuito Γ_2 contemplando la contribución del flujo propio debido a $I_1(t)$ y el flujo incidente desde el otro circuito debido a $I_2(t)$:

$$\varepsilon_1 = -M \frac{\partial I_2(t)}{\partial t} - L_1 \frac{\partial I_1(t)}{\partial t} \quad (8)$$

Análogamente, la fem total sobre un circuito Γ_2 se puede escribir según las inductancias propias y mutuas con otro circuito Γ_1 :

$$\varepsilon_2 = -M \frac{\partial I_1(t)}{\partial t} - L_2 \frac{\partial I_2(t)}{\partial t} \quad (9)$$