Departamento de Física
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad de Chile
EL2002-2 Electromagnetísmo

MINI RESUMEN GUIA

Sobre ley de Faraday-Lenz

1. Resumen

La Ley de Farady-Lenz describe como una fuerza electromomotriz (fem) en unidades de Voltios, es generado sobre un circuito cerrado mediante la variación de flujo magnético sobre esa espira debido a la influencia de un campo magnético externo. Matemáticamente:

$$\nabla \times \vec{E}(t) = -\frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} \qquad \oint_{\Gamma} \vec{E}(t) \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Omega} \vec{B}(t) \cdot d\vec{s} \tag{1}$$

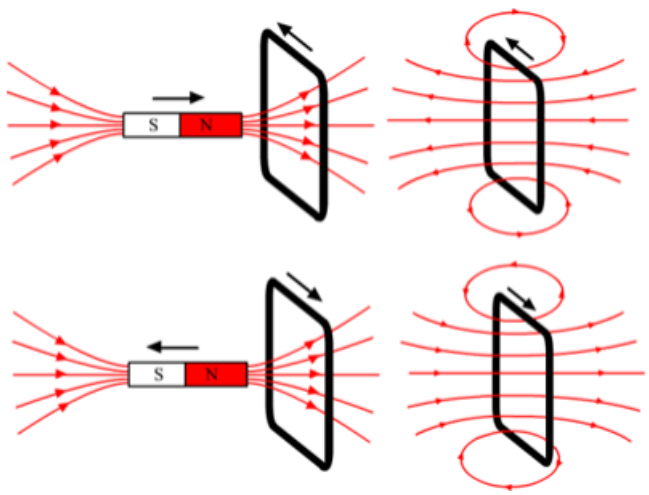

Figura 1: Ilustración del sentido de la corriente inducida según el cambio del campo magnético sobre la espira.

Estas ecuaciones son la forma diferencial e integral de la ley de Faraday-Lenz donde la segunda expresión se obtiene de integrar la primera ecuación de la izquierda sobre una superficie $\Omega(t)$ transversal a la dirección del campo magnético y que es delimitado por una trayectoria cerrada Γ y luego se aplica el Teorema de Stokes (Notar que tanto $\vec{B}$ y Ω pueden depender del tiempo). Este último término $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \varepsilon$ es lo que se conoce como la fuerza electromotriz (fem) y está en unidades de voltaje y el termino $\iint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \Phi$ se conoce como flujo magnético, en este sentido, la ley de Faraday-Lenz se resume en la siguiente ecuación:

$$\varepsilon = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \tag{2}$$

En el caso de que este campo magnético sea generado por N bobinas o espiras por las que pasa la misma corriente, el flujo magnético total es $N\Phi$, entonces la fem total inducida sobre todas estas espiras sería $N\varepsilon$ con el ε de la expresión (2).

Una idea importante para rescatar de esta nueva concepción es que ya no son solo las cargas las fuentes de campo eléctrico como se veía en electrostática, en este nuevo caso, se desprende que puede haber un campo eléctrico variable en el tiempo sin necesidad de que existan cargas libres.

Ahora, para entender mejor este fenómeno, veamos que ocurre con esa cantidad llamada ”flujo magnetico” Φ.

$$\Phi = \iint \vec{B}(t) \cdot d\vec{s}(t) \qquad \Phi = |\vec{B}(t)||s(t)| \cos(\theta) \tag{3}$$

Como se observa, Φ es una **cantidad escalar** por lo que solo posee valor numérico y es el producto punto del campo magnético externo sobre el área que define a alguna espira o circuito cerrado. En la expresión de la derecha, el θ es el ángulo que se define entre las direcciones de la superficie s y el campo magnético, en la figura (2) se aprecia mejor esta fórmula. Este flujo puede tener valores reales positivos o negativos y se define como la cantidad de líneas de campo magnético que atraviesa una superficie dada por el área $s = \iint ds$. El signo del flujo dependerá netamente de como estén orientadas las partes vectoriales de $\vec{B}$ y de $d\vec{s}$. Como recomendación en algún problema, es mejor fijar la dirección de $d\vec{s}$ como positiva, es decir, a favor de algún eje de coordenadas definida en el sistema de referencia utilizado en el problema (el set de vectores unitarios escogido) y observar si las lineas del campo magnético atraviesan a favor o en contra de esta área, el resultado será un flujo positivo o negativo respectivamente. En la figura (2) se muestran diferentes casos para el signo del flujo, así, es posible imaginar que un flujo negativo correspondería al caso en que la dirección de la superficie sea contraria a la dirección del campo magnético externo.

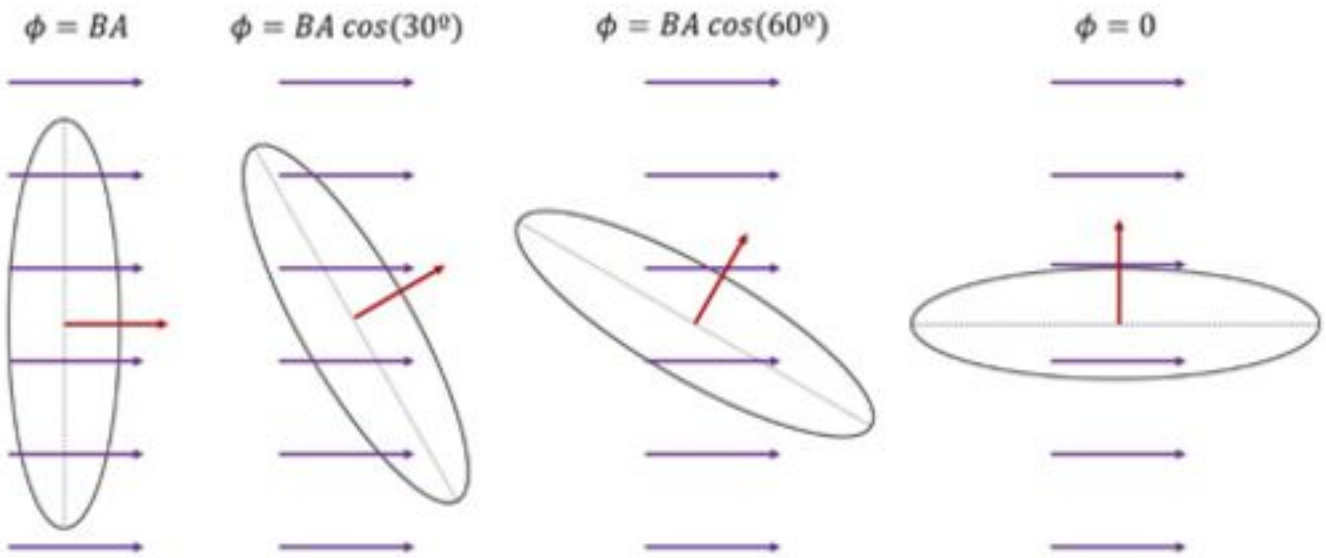

Figura 2: Diferentes casos de la forma del flujo magnético dado por la orientación de la superficie del circuito con respecto al campo magnético externo.

Luego, para que exista una fem $\varepsilon \neq 0$, la condición es que el flujo dependa del tiempo $\Phi = \Phi(t)$, y la dependencia en el tiempo puede deberse tanto por una variación del campo magnético en el tiempo $\mathcal{B}(t)$ o bien por una variación de la superficie que define al circuito en el tiempo $s = s(t)$. Es decir, si la superficie es constante en el tiempo, solo debe haber una variación del campo magnético en el tiempo para que exista una fem, o si este campo es constante en el tiempo, basta que la superficie varíe en el tiempo para que haya una fem.

Ahora, ¿cómo se determina el signo de ε?. Para esto, podemos imaginar en la formula $\varepsilon = -\partial\Phi/\partial t$ así que bastaría con observar el signo de $\partial\Phi/\partial t$. Idealmente, se debería conocer explícitamente la función $Phi(t)$ dado que son múltiples las combinaciones de casos, pero, de todas formas, no es tan relevante al momento de obtener la corriente inducida.

Sobre la corriente inducida y su sentido, para determinarlo, el procedimietno directo es calcular

su magnitud (positiva) a partir de la formula:

$$I_{ind}(t) = \frac{|\varepsilon(t)|}{R} \tag{4}$$

Con R la resistencia total del circuito en el que se induce la fem y $|\varepsilon|$ el valor absoluto de la fem inducida. **Y con respecto a su sentido**, este viene dado por la ley de Lenz que dice: *La corriente inducida en un circuito debido a la variación temporal del flujo del campo magnético externo, siempre es opuesta al crecimiento/decrecimiento del mismo*, lo que significa que el campo magnético que genera la misma corriente inducida $\vec{B}_{ind}$ es opuesta al cambio del flujo magnético que genera dicha corriente inducida. Para que no sea tan confuso, el ejercicio para determinar el sentido se puede enfrentar a dos posibles casos.

- Caso $\vec{B}_{externo}$ y $\vec{B}_{inducido}$ poseen el mismo sentido. Sin importar el sentido del campo magnético externo respecto del área del circuito, se puede pensar en el valor absoluto del flujo $|\Phi|$. Si el módulo de este es menor a medida que pasa el tiempo, sea porque en cada instante posterior, hay menos líneas de campo magnético externo que atraviesan al circuito, o porque hay menor sección del circuito que encierra al campo ($\Phi = BS$). Entonces, el campo magnético inducido debe ser en un sentido tal que esté a favor del flujo magnético para que así compense la disminución por parte del campo magnético externo. En este caso, ambos campos magnéticos apuntarían en el mismo sentido y ya con esta inspección, es directo determinar el sentido a la corriente inducida según la regla de la mano derecha.

- Caso $\vec{B}_{externo}$ y $\vec{B}_{inducido}$ poseen sentidos contrarios. También pensado en el valor absoluto del flujo magnético debido al campo magnético externo, en el caso de que este valor aumente a medida que pasa el tiempo, sea porque en cada instante posterior hay más líneas de campo magnético externo que logran atravesar la superficie del circuito o bien porque la misma superficie aumenta encerrando más campo ($\Phi = BS$). Entonces, el campo magnético inducido debe ser en un sentido en contra del flujo magnético para que así compense el aumento por parte del campo magnético externo. En este caso, ambos campos magnéticos apuntan en sentidos contrarios y ya con esta inspección, es directo determinar el sentido de la corriente inducida según la regla de la mano derecha.

Puedan revisar más ejemplos disponibles en la web y en los libros, dejo un vídeo adicional para sintetizar mejor las ideas.

https://www.youtube.com/watch?v=t4-cRAIjwm8