

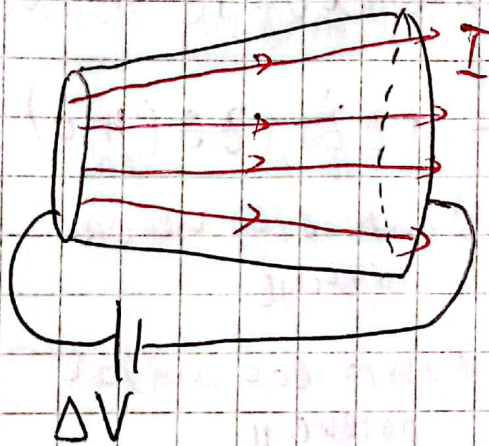
P3)

Un cono truncado de material conductor
conductividad σ y largo h , tapas de radio
 a y b con $a < b$

¿CUÁL es la resistencia eléctrica?

Si nos imaginamos
que ambas placas
están sometidas a ΔV

La indicación señala que se puede considerar a
la corriente de manera distribuida uniformemente
sobre cada sección transversal del cono.



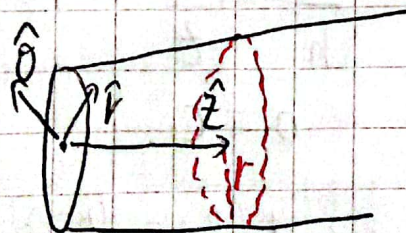
esto significa que la
densidad de corriente
 $\vec{J}$ depende de la sección
transversal ubicada a distancia
 z desde una referencia
adoptada en la tapa izquierda
de la figura.

$$\Rightarrow \vec{J} = J(z) \hat{z}$$

Y $I = \iint \vec{J} \cdot d\vec{S}$

→ PARAMETRIZA A LA SECCIÓN TRANSVERSAL
que AMPLIFICA $\vec{J}$

→ USANDO COORDENADAS CILÍNDRICAS



$$d\vec{S} = r d\theta dr \hat{z}$$

$$\Rightarrow I = \int_0^{2\pi} \int_0^{r(z)} J(z) r' dr' d\theta \hat{z} \cdot \hat{z}$$

$$\Rightarrow I = J(z) \pi r(z)^2$$

$$\Rightarrow \vec{J}(z) = \frac{I}{\pi(r(z))^2} \hat{z} \quad \text{con } r(z) \text{ el radio de la sección transversal que depende de } z$$

USANDO ley de OHM $\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma} = \frac{I}{\sigma \pi r(z)^2} \hat{z}$

$\Rightarrow$ USANDO el supuesto de la diferencia de potencial.

$$\Delta V = - \int_h^0 \vec{E} \cdot d\vec{l} \rightarrow d\vec{l} = dz \hat{z}, z \in (h, 0)$$

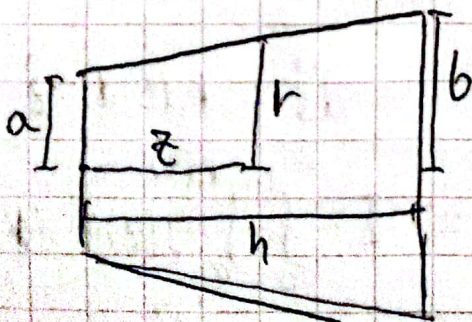
h : punto con menor potencial

$$\Delta V = - \int_h^0 \frac{I}{\sigma \pi r(z)^2} dz \hat{z} \cdot \hat{z}$$

0 : punto con mayor potencial.

$\hat{r}(z)$? viendo la geometría del sistema se puede derivar la relación $r(z)$

Es encontrar una ecuación de la recta $r(z) = mz + a$



$$\frac{b-a}{h} \hat{=} m \text{ pendiente}$$

$$\Rightarrow r(z) = \frac{(b-a)}{h} z + a$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \Delta V &= \int_0^h \frac{I \, dz}{\sigma \pi \left(\frac{(b-a)z}{h} + a \right)^2} = \frac{I}{\sigma \pi} \int_0^h \frac{dz}{\left(\frac{(b-a)z}{h} + a \right)^2} \\
&= \frac{I}{\sigma \pi m^2} \int_0^h \frac{dz}{\left(z + \frac{a}{m} \right)^2} = \frac{I}{\sigma \pi m^2} \left(\frac{1}{z + \frac{a}{m}} \right) \Big|_0^h \\
&= \frac{I}{\sigma \pi m^2} \left(\frac{m}{a} - \frac{1}{h + \frac{a}{m}} \right) = \frac{I}{\sigma \pi m} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{mh + a} \right) \\
&= \frac{Ih}{\sigma \pi (b-a)} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\frac{(b-a)h}{h} + a} \right) = \frac{Ih}{\sigma \pi (b-a)} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \\
\Delta V &= \frac{Ih(b-a)}{\sigma \pi (b-a) ab} = \frac{Ih}{\sigma \pi ab}
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{por ley de Ohm} \quad R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{Ih}{I \sigma \pi ab} = \frac{h}{\sigma \pi ab}$$

Ohm para se filament

elemento infinitesimal de resistencia $dR = \frac{1}{\sigma} \frac{dz}{A(z)}$

En analogía de $R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{A}$, R varía según varía z
 y la sección transversal A depende de z también.

$$\Rightarrow R = \frac{1}{\sigma} \int_0^h \frac{dz}{A(z)}$$

$$\gamma A(z) = \pi r(z)^2 \times r(z) \times \text{altura}$$

$$\Rightarrow A(z) = \pi \left(\left(\frac{b-a}{h} \right) z + a \right)^2$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{\pi \sigma} \int_0^h \frac{dz}{\left(\left(\frac{b-a}{h} \right) z + a \right)^2} = \frac{1}{\pi \sigma (b-a)^2} \int_0^h \frac{dz}{\left(z + \frac{ha}{b-a} \right)^2}$$

$$= \frac{1}{\pi \sigma (b-a)^2} \left[\frac{1}{\left(z + \frac{ha}{b-a} \right)} \right]_0^h = \frac{h^2}{\pi \sigma (b-a)^2} \left(\frac{b-a}{ha} - \frac{b-a}{(b-a)h + ha} \right)$$

$$R = \frac{h}{\pi \sigma} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \frac{1}{(b-a)} = \frac{h}{\pi \sigma ab}$$