

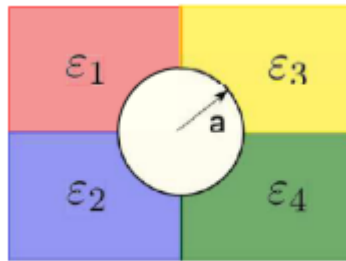
FI2002-2 Electromagnetismo**Profesor:** Claudio Arenas**Auxiliares:** Álvaro Flores & Tomás Vatel**Ayudante:** Vicente Torelli

Auxiliar #8: Poco mas de dieléctricos y Corrientes eléctricas

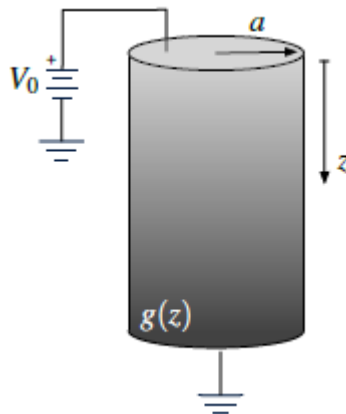
26 de Septiembre de 2023

P1. Considere un cilindro conductor infinito de radio a inmerso en cuatro medios diferentes según se muestra en la figura. Si se carga el conductor con una intensidad superficial de carga σ , se pide calcular.

- a) El campo eléctrico en todo el espacio.
- b) Las densidades de carga de polarización.
- c) El vector desplazamiento en todo el espacio.

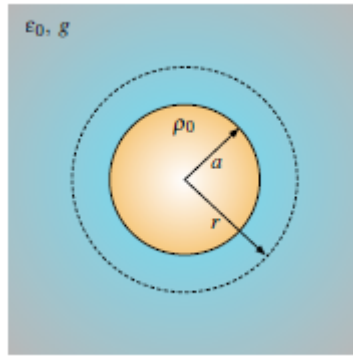


P2. Entre dos placas conductoras de radio a existe una barra conductora cilíndrica de radio a y longitud L muy largo, permitividad ϵ_0 y conductividad $g(z) = g_0 \left(1 + \frac{z}{L}\right)$. Se aplica una diferencia de potencial V_0 constante entre las placas como se muestra en la figura.



- a) Calcule la densidad de corriente $\vec{J}$ y el campo eléctrico $\vec{E}$ dentro del cilindro.
 b) Calcular la potencia disipada en un disco de espesor d cuyo centro está ubicado en la mitad del conductor.

- P3.** Una esfera de radio a se encuentra inmersa en un medio de permitividad ε_0 y conductividad g . Al tiempo $t = 0$ una carga eléctrica Q_0 se coloca uniformemente distribuido sobre la esfera.
- a) Determine la corriente total en el medio en función del tiempo.
 b) Calcule la cantidad de energía disipada como calor durante el proceso de descarga.



Formulario

Corrientes estacionarias:

Se define a la corriente eléctrica como el conjunto de cargas (generalmente electrones) que se pueden desplazar a lo largo de un medio conductor sin límites geométricos definidos y que están sometidos a un campo eléctrico que los acelera según $\vec{F} = q\vec{E}$ y al mismo tiempo, estas cargas sufren colisiones con el mismo medio material conductor (resistencia del medio) de modo que se alcanza una velocidad terminal lo que define a las corrientes estacionarias. La definición genérica de una corriente es la razón entre la carga desplazada ΔQ y el monto de tiempo en que ocurre dicho desplazamiento Δt . La unidad de medida es el Ampere $[A]$ en el S.I.

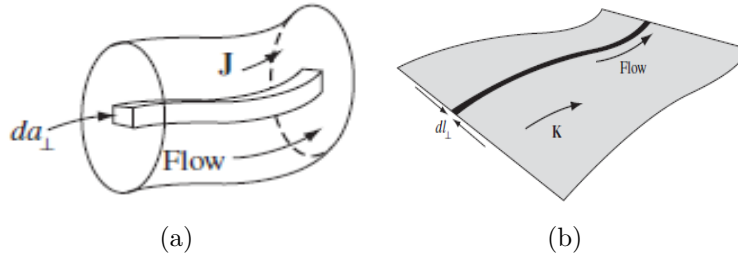
$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \rightarrow \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (1)$$

Donde en la expresión de la derecha se muestra la definición de corriente para cambios infinitesimales en el tiempo. A partir de esta definición, también se puede definir la densidad de corriente $\vec{J}$ el cual es la razón de la corriente por unidad de área, la cual es atravesada por dicha corriente.

$$I = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad I = \int_l (\vec{K} \times \hat{n}) \cdot d\vec{l} \quad (2)$$

Donde $\vec{J}$ es la densidad superficial de corriente $[A/m^2]$ y $d\vec{s}$ es el elemento vectorial de superficie que es atravesado por la corriente I . $\vec{K}$ es la densidad lineal de corriente $[A/m]$ y $d\vec{l}$ es el elemento de línea que es atravesado por la corriente I y $\hat{n}$ es el vector normal perpendicular a la superficie

por donde pasa la corriente.



Ecuación de Continuidad:

La ecuación de continuidad establece un equilibrio entre la carga que se encuentra circulando y la carga que se va acumulando en un mismo sistema, lo que quiere decir que se cumple la ley de conservación de carga.

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad \nabla \cdot \vec{J} = 0 \qquad (3)$$

En particular, el estado estacionario es el cual en que dentro de un región definida, la variación temporal de densidad de carga es nula cumpliendo así, la ecuación del lado derecho. Por lo que la ecuación del lado izquierdo conviene ser utilizado cuando interesa estudiar la evolución temporal de la corriente.

Ley de Ohm y Joule:

Algunos medios conocidos como "Ohmnicos" poseen una conductividad g asociada que relaciona a la densidad de corriente $\vec{J}$ y el campo eléctrico $\vec{E}$ que exista en el medio. Por otro lado, dado que las corrientes a nivel fundamental se resumen en flujo de cargas dentro de un material conductor, estas cargas colisionan con el mismo medio por lo que se desprende energía en forma de calor, y esta energía disipada por unidad de tiempo se define como la potencia disipada por efecto Joule.

$$\vec{J} = g\vec{E} \qquad P = \iiint \vec{J} \cdot \vec{E} dv \qquad (4)$$

Donde en la expresión de la derecha, la integración es sobre todo el espacio y notar que es valido para un instante en específico.

Condiciones de borde:

Sean dos medios conductores con conductividades g_1 y g_2 respectivamente, en estos medios hay flujos de cargas de modo que hay densidades de corrientes eléctricas que atraviesan estos medios. Se cumple que en la interfaz de los medios la componente normal de la densidad de corriente es continua y las componentes tangenciales (o paralelas) del campo eléctrico con respecto a la interfaz son también continuas.

$$J_{1n} = J_{2n} \qquad E_{1t} = E_{2t} \qquad (5)$$