FI2002-2 Electromagnetismo
Profesor: Claudio Arenas
Auxiliares: Álvaro Flores & Tomás Vatel
Ayudante: Vicente Torelli

Auxiliar #5: Energía electrostática y conductores

05 de Septiembre de 2023

P1. Uno de los primeros modelos de átomo, como un ente compuesto de partes cargadas, lo propuso el descubridor del electrón Joseph John Thomson en 1904. Este modelo, también conocido como el modelo del pastel de fresas, concibe al átomo como una esfera de carga positiva, en la cual están incrustados los electrones. En el espíritu del modelo del pastel de fresas, modelemos un átomo de hidrógeno (en equilibrio estático) como una esfera de radio R1 de carga negativa e uniformemente distribuida en su volumen (el electrón fresa), rodeada de una esfera más grande (concéntrica a la primera), de radio $R_2 > R_1$, con carga positiva +e uniformemente distribuida en el volumen comprendido entre R_1 y R_2. Determine la energía de formación de este átomo (i.e. el trabajo necesario para formarlo trayendo las cargas desde el infinito).

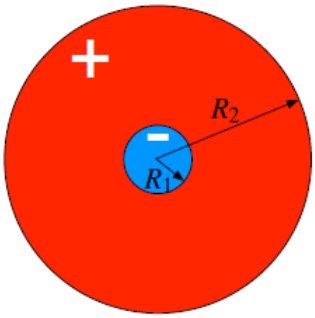


Figura 1: Modelo de J. J. Thompson del átomo (pastel de fresas)

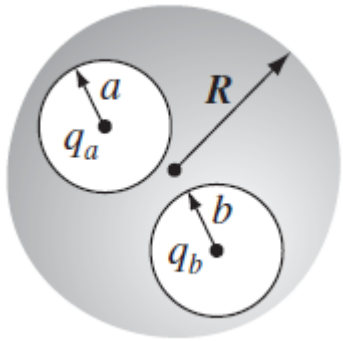
P2. Dos cavidades esféricas, de radios a y b, son ubicadas al interior de una esfera conductora eléctricamente neutra de radio R. En el centro de cada cavidad se ubica una carga puntual de valores q_a y q_b respectivamente.

a) Encuentre las densidades de carga superficiales en las paredes interiores de las cavidades.

b) ¿Cuál es el campo eléctrico afuera del conductor?

c) ¿Cuál es el campo eléctrico al interior de las cavidades?

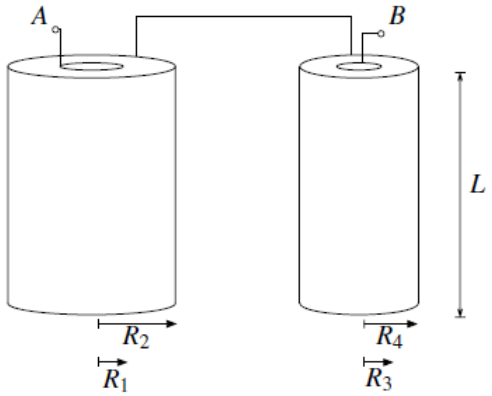
d) ¿Cuál es la fuerza que experimentas q_a y q_b?



e) ¿Cuál de estas respuestas cambiaría en el caso de que una tercera carga q_c sea ubicada cerca y por fuera del conductor?

Ver simulación ilustrativa: `https://simphy.com/view_simulation?conductor-field-lines&`

P3. Considere dos condensadores cilíndricos como se muestra en la figura. Los condensadores tienen radios R_1 Y R_2 y el otro R_3 y R_4. Determine la capacitancia equivalente entre los puntos A y B. Suponga que R_1, R_2, R_3, $R_4 \ll L$.



Formulario

Energía de una distribución de carga:

La energía electrostática es aquella que se requiere para poder formar algún sistema con distribuciones de carga en un régimen estacionario, por lo que se puede entender como la suma de todos los trabajos necesarios para traer a cada unidad de carga desde el infinito para formar dicho sistema. La energía electrostática se puede definir según sea la distribución de tipo discreta o continua.

$$U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i V(\vec{r}_i) \qquad\qquad U = \frac{1}{2}\int V(\vec{r}')dq(\vec{r}') \tag{1}$$

Donde $V(\vec{r}_i)$ es el potencial evaluado en cada posición $\vec{r}_i$ de una de las N cargas. Otra forma equivalente para distribuciones continuas es:

$$U = \frac{\varepsilon_0}{2} \iiint |\vec{E}|^2 dv \tag{2}$$

Y en el caso de conocer la capacitancia de un condensador, la energía electrostática puede ser obtenida como:

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV \tag{3}$$

Conductores:
Es un material que cumple con algunas propiedades ideales tales como:

- El campo eléctrico al interior es nulo y debido a esto el conductor es una equipotencial (potencial constante en cualquier punto del material).
- Toda la carga de un conductor se acumula en las superficies de este, es decir, no existen densidades volumétricas de carga en estos materiales.
- En ausencia de cargas externas, el campo eléctrico es perpendicular a las superficies de los conductores debido a las equipotenciales, $\vec{E}_{sup} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{n}$, con $\hat{n}$ el vector unitario normal a la superficie y σ la densidad de carga superficial.

Los conductores poseen muchas aplicaciones y una de las más llamativas es la denominada Jaula de Faraday la cual permite apantallar campos eléctricos externos como serían posibles descargas durante las tormentas eléctricas o en la aislación de los cables conductores. `https://www.youtube.com/watch?v=QUOfLnucE6A`

Condensadores:
Un condensador es un dispositivo el cual tiene la capacidad de almacenar energía en forma de campo eléctrico mediante la acumulación de carga. Puede estar compuesto por uno o dos conductores de forma variada. Matemáticamente la capacidad de un condensador se define como:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \tag{4}$$

Donde ΔV es la diferencia de potencial entre los dos conductores con carga $\pm Q$. Los condensadores puedes ser construidos en serie o en paralelo dependiendo de cómo son conectados.

$$C_{eq} = \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}\right)^{-1} \qquad C_{eq} = \sum_{i=1}^{N} C_i \tag{5}$$

Donde la fórmula de la izquierda considera a todos los condensadores conectados en serie y en la fórmula de la derecha considera a todos los condensadores conectados en paralelo.