Auxiliar 2

Ley de Coulomb y Ley de Gauss

Profesor: Claudio Arenas
Auxiliares: Álvaro Flores y Tomás Vatel
Ayudante: Vicente Torelli

Formulario y Resumen:

Ley de Gauss

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \tag{1}$$

En la ley de Gauss se definen superficies gaussianas imaginarias que se suelen acoplar a la geometría de las distribuciones de carga, la gracia es que logren encerrar una porción de carga o su totalidad. Esta fórmula es útil cuando:

- Se desea obtener la función campo eléctrico en regiones del espacio.
- Se puede inferir una dirección única de este campo eléctrico.
- Se trabaja con distribuciones de carga continuas simétricas como esferas, cilindros muy largos y placas infinitas.

Ley de Coulomb La ley de Coulomb es útil cuando se desea obtener el valor del campo eléctrico en algún punto especifico del espacio $\vec{r}$ y cuando la geometría de la distribución es un poco más complicada. Dependiendo del tipo de distibución de cargas, sea discreta o conitnua, poseen las sigueintes expresiones.

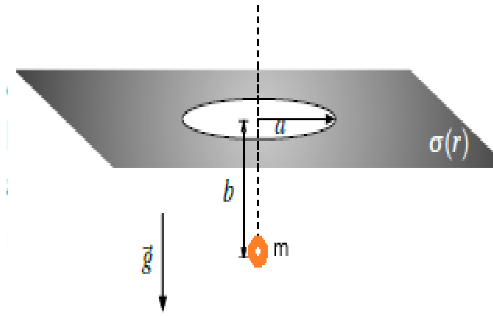
$$\vec{E}(\vec{r}') = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N} \frac{q_i\,(\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3} \qquad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\Omega \frac{dq(\vec{r'})(\vec{r}-\vec{r'})}{|\vec{r}-\vec{r'}|^3} \tag{2}$$

En la formula de la izquierda corresponde para distribuciones discretas para N cargas puntuales q_i ubicadas en las posiciones $\vec{r}_i$. La formula de la derecha corresponde para distribuciones continuas de carga, $\vec{r'}$ es la ubicación de la distribución de carga y $dq(\vec{r}')$ es el elemento infinitesimal de carga que compone a la distribución continua, esta se puede escribir en función de la forma de la distribución:

$$dq(\vec{r}') = \lambda(\vec{r}')dl \qquad dq(\vec{r}') = \sigma(\vec{r}')ds \qquad dq(\vec{r}') = \rho(\vec{r}')dv$$

Donde λ, σ y ρ son las densidades de carga para distribuciones lineales, superficiales y volumétricas respectivamente. Notar que estas pueden depender de la posición de las cargas $\vec{r}'$.

Pregunta 1



Considere un plano infinito el cual tiene un forado circular de radio a. Sobre el plano existe una densidad superficial de carga dada por $\sigma(\rho) = \sigma_0 \frac{a}{\rho}$ donde ρ es la distancia radial desde el centro del agujero. A distancia b sobre el eje del forado existe una partícula puntual de carga q desconocida y de masa m. Esta se encuentra sometida a la gravedad en la dirección que muestra la figura.

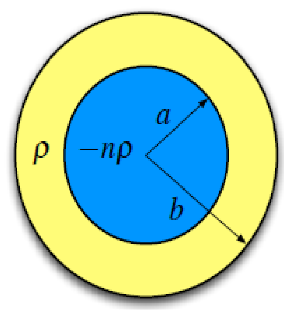
a) Determine el campo eléctrico que la placa emana sobre el eje que atraviesa perpendicular al centro del forado.

b) Suponga que la partícula de carga q se mantiene en equilibrio en a distancia b desde la placa, determine q para que se cumpla dicha situación.

Indicación:

$$\int \frac{dx}{(d^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{x}{d^2\sqrt{d^2 + x^2}}$$

Pregunta 2



Considere la siguiente distribución de carga volumétrica de carga en coordenadas esféricas.

$$\rho(r) = \begin{cases} -n\rho & si \quad 0 < r < a \\ \rho & si \quad a \leq r \leq b \end{cases} \tag{3}$$

Donde ρ es una constante y n un entero positivo. Encuentre el campo eléctrico en todo el espacio.