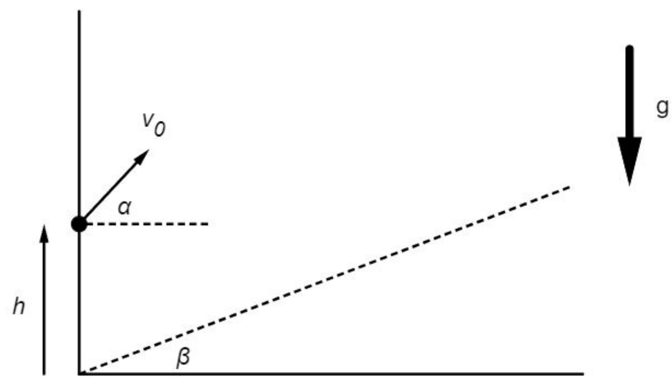
Auxiliar 5

Profesor: Andrés Escala.
Auxiliares: Martín Astete, Gerald Barnert

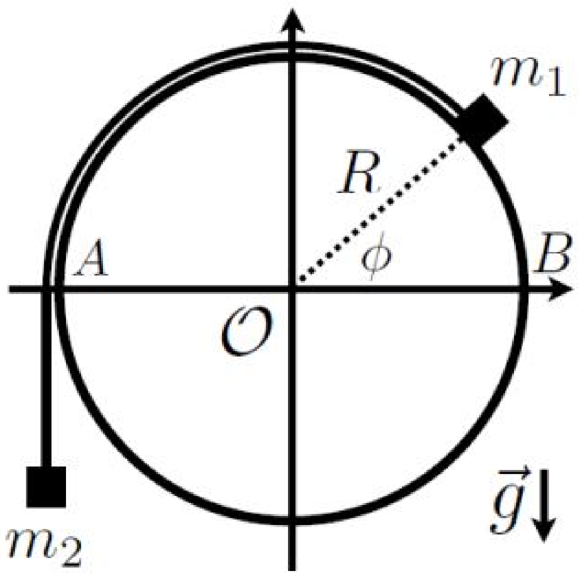
P1

Un proyectil es lanzado desde el una altura h sobre el origen del centro de coordenadas, con velocidad inicial v_0,, que forma un ángulo α con la horizontal. Calcular el tiempo necesario para que el proyectil cruce una línea que parte desde el origen y forma un ángulo $\beta < \alpha$ con la horizontal. Evaluar el caso $h = 0$.



P2

Dos partículas de masas $m_2 > m_1$ están unidas por una cuerda ideal y apoyadas sobre un cilindro horizontal de radio R de modo que ambas se encuentran en los puntos A y B indicados en la figura adjunta. En un cierto instante se liberan ambas partículas desde el reposo, de modo que la partícula 2 empieza a caer verticalmente arrastrando a la partícula 1 sobre el cilindro, sobre el cual desliza sin roce.



a) Escriba en forma explícita las ecuaciones de movimiento para cada una de las dos partíclas.

b) Combinando las ecuaciones obtenga la segunda derivada de ϕ como función de ϕ. Es decir, encuentre una relación de la forma $\ddot{\phi} = F(\phi)$.

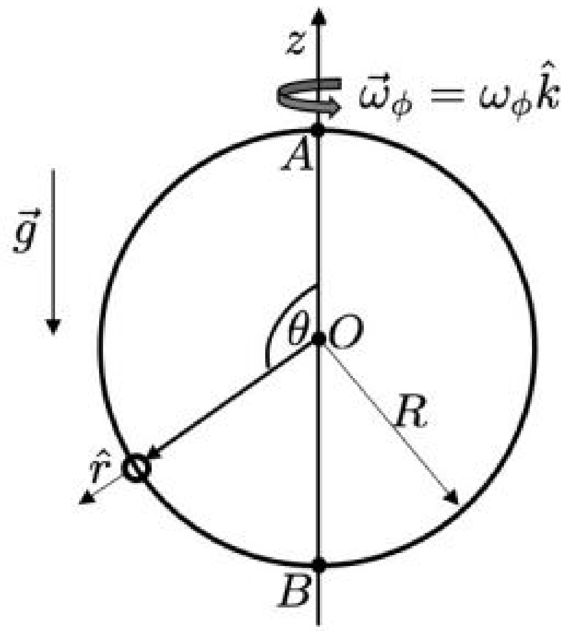
c) Intégrela una vez para obtener una relación del tipo $\dot{\phi} = G(\phi)$.

d) Obtenga una expresión para la magnitud de la tensión del hilo en términos de las masas, el ángulo ϕ y la aceleración de gravedad g.

e) Obtenga la relación que satisface el ángulo ϕ_0 en el cual la partícula 1 se despega del cilindro.

$\boxed{\textbf{P3}}$

Un anillo de radio r gira con velocidad angular $\vec{\omega_\phi} = \omega_\phi \hat{k}$ en torno al eje vertical z de la figura, el cual pasa por su centro en el punto O y se interseca con el anillo en los puntos A y B. Otro anillo mucho más pequeño y de masa m desliza sin roce y en presencia de aceleración de gravedad $\vec{g}$ = -$g\hat{k}$ a lo largo del anillo de radio R. La posición del anillo pequeño está determinada por el ángulo θ que se muestra en la figura.



a) Encuentre el valor de $\omega_\phi \equiv \dot{\phi}$ en función de θ (es decir, $\omega_\phi(\theta)$ de modo que $\dot{\theta} \equiv \omega_\theta$ sea constante. ¿Es posible el movimiento del anillo en todo el aro o sólo en parte de él? Justifique.

b) Si se sabe que en todo instante:

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

y considerando la fuerza normal $\vec{N}$ que ejerce el anillo de radio R sobre el anillo pequeño, encuentre la componente radial N_r en términos de m, g y θ. Observación: N_r corresponde a la componente de $\vec{N}$ que apunta a lo largo del vector unitario base $\hat{r}$ que se muestra en la figura.