

Electromagnetismo Aplicado

Unidad 1: 2. Materiales, sus propiedades e importancia: Materiales magnéticos

Prof. Tomás Cassanelli

Departamento Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

28 de agosto de 2023

 tcassanelli@ing.uchile.cl

Contenidos

1 Introducción

- Potenciales en magnetostática
- Recordatorio magnetización

2 Magnetización y sus materiales

- Introducción
- Materiales lineales y no lineales
- Condiciones de frontera en magnetostática
- Materiales ferromagnéticos
- Superconductores
- Ejemplos

3 Resumen

4 Bibliografía



Figura: Einstein de visita en Amsterdam junto a Zeeman y Ehrenfest (principal autor del concepto de transición de fase de la mecánica estadística y mecánica cuántica).

Potenciales en magnetostática

- Hasta ahora solo hemos visto \mathbf{B} y como calcularlo a través de las ecuaciones de Maxwell
- Usando leyes de Biot-Savart y Ampère podemos calcular \mathbf{B} para una corriente dada (caso magnetostático: corrección de Maxwell irrelevante)
- Ahora introducimos el concepto de potencial que nos deja resolver problemas dinámicos y estáticos para campos electromagnéticos
- Para el caso magnético tendremos dos posibles potenciales, escalares F y vectoriales \mathbf{A}

Potencial escalar magnético

- Consideremos una región del espacio libre sin carga

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0, \quad \mathbf{J} = 0 \quad (1)$$

- Podemos pensar que el vector \mathbf{H} posee un gradiente de la cantidad escalar F ,

$$\Rightarrow \nabla \times \nabla F = 0 \quad (2)$$

- Lo que es una identidad para cualquier potencial escalar (y el signo negativo ha sido agregado para que imite a $\mathbf{E} = -\nabla V$):

$$\mathbf{H} = -\nabla F \quad (3)$$

- F es llamado el potencial escalar magnético y posee unidades de ampere, siguiente con la Ec.,

$$F_2 - F_1 = - \int_1^2 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \quad (4)$$

- El término *magnetomotive force* (mmf) se suele referir a la ecuación (4), usada frecuentemente en circuitos magnéticos

Potencial escalar magnético

- Otra definición importante, (y relacionada con la ecuación i) es el flujo magnético Φ_B , de una superficie cerrada

$$\Phi_B = \oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} \quad (5)$$

- Lo cual es verdadero ya que se asume cero a la existencia de monopolos magnéticos
- Aplicando divergencia y sabiendo que $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$ (ecuación constitutiva)

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = \int (\nabla \cdot \mathbf{B}) d\tau = 0 \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = \nabla \cdot (-\nabla F) = -\nabla^2 F = 0 \quad (8)$$

$$\Rightarrow \nabla^2 F = 0 \quad (9)$$

- Con lo cual encontramos la ecuación de Laplace para un potencial magnético escalar
- Podemos encontrar el campo \mathbf{H} “fácilmente” al resolver la ecuación de Laplace

Potencial vectorial magnético

- Anteriormente (para calcular F) usamos una región del espacio sin corriente, i.e., $\mathbf{J} = 0$, ahora generalizaremos para una región con o sin corriente, y usando la identidad vectorial $\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} = 0$,

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (10)$$

- \mathbf{A} es el potencial vectorial magnético, puede que \mathbf{A} en algunos libros tenga un significado físico, pero para el curso lo consideraremos como un elemento matemático intermedio para poder calcular \mathbf{B} o \mathbf{H}
- Tomando la ley de Ampère (i.e., magnetostática) y aplicando el rotor a ambos lados de ecuación (10)

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (11)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{B} \quad (12)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J} \quad (13)$$

- Donde hemos usado la condición que $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ (consistente con ecuación 10) y nos entrega la ecuación de Poisson para un potencial vectorial magnético

Potencial vectorial magnético

- Claramente $\nabla^2 \mathbf{A}$ puede ser resuelta con o sin corriente y al resolverla y usando ecuación (10) podemos encontrar de forma inmediata el campo B
- Si consideremos las ecuaciones que gobiernan el caso electrostático y magnetostático para potenciales, ambas ecuaciones de Poisson, tenemos que:

$$V(\mathbf{r}) = \int \frac{\rho(\mathbf{r}') d\tau'}{4\pi\epsilon_s}, \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \int \frac{\mu_0 \mathbf{J}(\mathbf{r}') d\tau'}{4\pi s} \quad (14)$$

- Aplicando relación constitutiva

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{4\pi} \int \nabla \times \frac{\mathbf{J}' d\tau'}{s} \quad (15)$$

- Nótese que $\mathbf{J}' d\tau'$ ubicado en algún punto (x', y', z') y \mathbf{H} en algún punto (x, y, z) , la derivada ∇ es solo aplicada en (x, y, z) , luego

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \int \left[\left(\nabla \frac{1}{s} \times \mathbf{J}' + \frac{1}{s} \nabla \times \mathbf{J}' \right) \right] d\tau' \quad (16)$$

- Caso trivial: $\nabla \times \mathbf{J}' = 0$

Potencial vectorial magnético

- Usando la identidad: $\nabla \times (\phi \mathbf{A}) = \nabla \phi \times \mathbf{A} + \phi \nabla \times \mathbf{A}$, y $\nabla \frac{1}{s} = -\frac{\hat{\mathbf{s}}}{s^3}$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \int \left[\left(\nabla \frac{1}{s} \times \mathbf{J}' + \frac{1}{s} \nabla \times \mathbf{J}' \right) \right] d\tau' \quad (17)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \int \left[\left(\nabla \frac{1}{s} \right) \times \mathbf{J}' \right] d\tau' \quad (18)$$

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{1}{s^3} \hat{\mathbf{s}} \times \mathbf{J}' d\tau' = \int \frac{\mathbf{J}' \times \hat{\mathbf{s}}}{4\pi s^3} d\tau' \quad (19)$$

- Si \mathbf{J}' is la corriente en una línea entonces podemos escribir: $\mathbf{J}' d\tau' = I d\mathbf{l}$,

$$\mathbf{H} = \int \frac{I d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{s}}}{4\pi s^3} \quad (20)$$

Potencial vectorial magnético

- Ahora consideremos la ecuación (14) y apliquemos divergencia,

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \nabla \cdot \frac{\mathbf{J}'}{s} d\tau' \quad (21)$$

- Como recordatorio: $\mathbf{J}' \equiv \mathbf{J}(x', y', z')$, $\mathbf{A} = \mathbf{A}(x, y, z)$ y $\nabla = \nabla(x, y, z)$; también hacemos uso de la identidad vectorial: $\nabla \cdot (\psi \mathbf{A}) = \mathbf{A} \cdot \nabla \psi + \psi \nabla \cdot \mathbf{A}$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left[\mathbf{J}' \cdot \left(\nabla \frac{1}{s} \right) + \frac{1}{s} \nabla \cdot \mathbf{J}' \right] d\tau' \quad (22)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \mathbf{J}' \cdot \left(\nabla \frac{1}{s} \right) d\tau', \quad \text{ya que } \nabla \cdot \mathbf{J}' = 0 \quad (23)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int \mathbf{J}' \cdot \left(\nabla' \frac{1}{s} \right) d\tau', \quad \text{con } \nabla \frac{1}{s} = -\nabla' \frac{1}{s} \quad (24)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left[\frac{1}{s} \nabla' \cdot \mathbf{J}' - \nabla' \cdot \frac{\mathbf{J}'}{s} \right] d\tau' \quad (25)$$

Potencial vectorial magnético

- De la ecuación de continuidad sabemos que: $\nabla' \cdot \mathbf{J}' = 0$, entonces la ecuación anterior se reduce a:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int \left(\nabla' \cdot \frac{\mathbf{J}'}{s} \right) d\tau' = -\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \frac{\mathbf{J}'}{s} \cdot d\mathbf{a}' \quad (26)$$

- Pero como la superficie a' debe incluir a todas las corrientes, no existe un flujo de corriente en la superficie, consecuentemente $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, la cual fue una de las condiciones asumidas iniciales en la slide 6
- Para derivar la ecuación de Ampère consideremos la ecuación (12) como:

$$\mu_0 \nabla \times \mathbf{H} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (27)$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \nabla \times \mathbf{H} \quad (28)$$

- Con lo que demuestra nuevamente la ecuación de Poisson pero con otra variable (comparado con ecuación 13)
- Ahora usando las ecuaciones (13) y (28), recuperamos la ecuación de Ampère!

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (29)$$

Resumen potenciales

- Potenciales en magnetismo, el cual se puede ver desde un escalar o un vector
- El potencial escalar F si posee un sentido físico, pero para \mathbf{A} (en este curso) solo lo utilizaremos como una herramienta matemática
- Vimos que en una región sin fuente ambos, satisfacen la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = 0, \quad \text{y} \quad \nabla^2 F = 0 \quad (30)$$

- Ambos potenciales son usados para determinar el campo magnético \mathbf{B}
- La elección de si usamos el potencial escalar o vectorial depende del problema a resolver!
- En un problema sin fuente ambos potenciales son válidos, pero en problemas donde exista fuente **solo** el potencial vectorial se puede aplicar!

Ejercicio

Encuentre el campo magnético \mathbf{B} , usando el potencial vectorial magnético \mathbf{A} , para un elemento diferencial de largo l y que transporta una corriente I . El elemento es puesto en el plano cartesiano de $(0, 0, l/2)$ a $(0, 0, -l/2)$. Además, verifique que el resultado es el mismo que el obtenido usando la ley de Biot-Savart. **Solución:** $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I \sin \theta}{4\pi r^2} \hat{\phi}$.

Magnetización

- En presencia de un campo magnético, \mathbf{B} , materia puede ser magnetizada
- Existen dos mecanismos de magnetización:
 - 1 **Paramagnetismo**: Los dipolos asociados con el spin de e libres experimentan un torque que los tira a linearse con \mathbf{B}
 - 2 **Diamagnetismo**: La velocidad angular de los e se ve alterada, de tal modo que cambia la dirección del momento de dipolo y se alinea de forma contraria a \mathbf{B}
- Describimos entonces la polarización magnética como:

$$\mathbf{M} \equiv \text{momento dipolar magnético por unidad de volumen} \quad (31)$$

- Cumple un rol análogo a \mathbf{P}

Corrientes atrapadas (*bound*)

- El **potencial vectorial**¹ de un simple dipolo magnético \mathbf{m} es:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \times \hat{\mathbf{s}}}{s^2} \quad (32)$$

- Similarmente al dipolo eléctrico \mathbf{p} y \mathbf{P} , integrando sobre todo el volumen de un objeto que trae momentos dipolares, $\mathbf{M} d\tau'$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}') \times \hat{\mathbf{s}}}{s^2} d\tau' \quad (33)$$

- Donde podemos usar las definiciones de (densidad y superficial) corriente atrapada: \mathbf{J}_b y $\boldsymbol{\kappa}_b$:

$$\mathbf{J}_b = \nabla \times \mathbf{M}, \quad \text{y} \quad \boldsymbol{\kappa}_b = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}} \quad (34)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}_b(\mathbf{r}')}{s} d\tau' + \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \frac{\boldsymbol{\kappa}_b(\mathbf{r}')}{s} da' \quad (35)$$

- El potencial magnético es igual a la densidad de corriente sobre su volumen más su superficie

¹El cual será redefinido en Clase 6.

Campo auxiliar \mathbf{H}

- Ley de Ampère en materiales magnéticos:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_b + \mathbf{J}_f, \quad \mathbf{H} \equiv \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f \quad (36)$$

- Un recordatorio, el campo auxiliar $\mu_0 \mathbf{H}$ no reemplaza a \mathbf{B}
- Y solo cuando la divergencia de \mathbf{M} es igual a cero, \mathbf{B} y \mathbf{H} son paralelos

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = -\nabla \cdot \mathbf{M} \quad (37)$$

- En general, al resolver problemas de materiales magnéticos y hallar \mathbf{B} y \mathbf{H} lo primero es siempre buscar simetrías (e.g., cilíndrica, planar, solenoidal)
- Luego solo aplicamos:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{f\text{enc}} \quad (38)$$

- Donde $I_{f\text{enc}}$ es la corriente total libre (*free*) pasando a través del *loop*

Materiales

- Materiales magnetizados
 - Paramagnéticos: Al, O, Ti, FeO, si los e libres no están de a pares
 - Diamagnéticos: Ne, Hg, Pb, si los e libres están pareados
- Materiales ferromagnéticos: Co, Fe, Ni



Figura: Imán tipo herradura, hecho de Alnico: Al + Ni + Co usados por lo general para hacer imanes permanentes. El descubrimiento de tierras raras suplantó su lugar.

Susceptibilidad y permeabilidad magnética

- En materiales paramagnéticos y diamagnéticos la magnetización \mathbf{M} es proveída por el campo \mathbf{B}
- En **casi** todos los materiales esta relación es **proporcional** al campo (en el caso de campos no tan fuertes)
- Luego por consistencia con el campo eléctrico

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0} \chi_m \mathbf{B} \quad \text{¡incorrecto!} \quad (39)$$

- La regla está escrita en términos de \mathbf{H}

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} \quad (40)$$

- χ_m : susceptibilidad magnética, adimensional, $\chi_m \sim 10^{-5}$ valor común
- Paramagnético: $\chi_m > 0$
- Diamagnético: $\chi_m < 0$

Susceptibilidad magnética χ_m

Cuadro: Susceptibilidad magnética de materiales a 101 325 Pa y 20 °C (Haynes 2014).

Diamagnético	χ_m	Paramagnético	χ_m
Bismuto	$-1,6 \times 10^{-4}$	Oxígeno	$1,9 \times 10^{-6}$
Oro	$-3,4 \times 10^{-5}$	Sodio	$8,5 \times 10^{-6}$
Plata	$-2,4 \times 10^{-5}$	Aluminio	$2,1 \times 10^{-5}$
Cobre	$-9,7 \times 10^{-6}$	Tungsteno	$7,8 \times 10^{-5}$
Agua	-9×10^{-6}	Platino	$2,8 \times 10^{-4}$
Dióxido de carbono	$-1,2 \times 10^{-8}$	Oxígeno líquido (-200 °C)	$3,9 \times 10^{-3}$
Hidrógeno	$-2,2 \times 10^{-9}$	Gadolinio	$4,8 \times 10^{-1}$

Susceptibilidad magnética χ_m

- Materiales que cumplen con la ecuación (40) son llamados lineales

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H} \quad (41)$$

- Luego para un medio lineal $B \propto H$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad \text{con} \quad \mu \equiv \mu_0 (1 + \chi_m) \quad (42)$$

- μ es la llamada permeabilidad del material, y en vacío $\chi_m = 0 \Rightarrow \mu = \mu_0$ razón por la cual μ_0 es la permeabilidad del espacio libre o vacío
- Factorizando por μ

$$\mu_r \equiv 1 + \chi_m = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (43)$$

- μ_r es la permeabilidad relativa del material
- Recordemos que las ecuaciones de \mathbf{H} en términos de \mathbf{B} son llamadas ecuaciones constitutivas del material

Ejemplo en medio lineal

Ejemplo

- Un solenoide infinito (n vueltas por unidad de largo, con corriente I), está llenado por un material lineal y de susceptibilidad χ_m . Hallar el campo magnético dentro del solenoide.

Solución: Como \mathbf{B} posee una parte *bound*, no podemos calcularlo directamente. Usamos simetría y la ecuación de Ampère

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{f_{\text{enc}}} \Rightarrow \mathbf{H} = nI\hat{\mathbf{z}}$$

- Luego podemos calcular el campo magnético:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) nI\hat{\mathbf{z}}$$

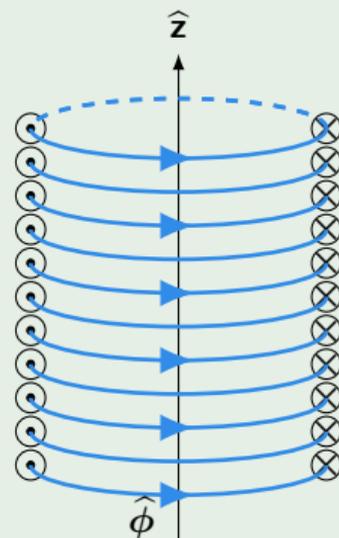


Figura: Solenoide con material magnético.

Ejemplo en medio lineal

Ejemplo (continuación)

- Si el material es paramagnético el campo se verá ligeramente incrementado, si el material es diamagnético el campo se verá ligeramente reducido. Nótese que la dirección de la corriente superficial *bound* dependerá del signo de χ_m ,

$$\kappa_b = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}} = \chi_m (\mathbf{H} \times \hat{\mathbf{n}}) = \chi_m n l \hat{\phi}$$

- Entonces el sentido de la corriente superficial y la corriente pueden ser iguales o contrarias dependiendo de la naturaleza del material.
- Paramagnético $\chi_m > 0 \Rightarrow I$ y κ_b igual sentido
- Diamagnético $\chi_m < 0 \Rightarrow I$ y κ_b sentido opuesto

Condiciones de frontera

- Las ecuaciones de frontera pueden ser escritas en términos de \mathbf{H} y la corriente libre

$$H_{\text{arriba}}^{\perp} - H_{\text{abajo}}^{\perp} = - \left(M_{\text{arriba}}^{\perp} - M_{\text{abajo}}^{\perp} \right) \quad (44)$$

$$\mathbf{H}_{\text{arriba}}^{\parallel} - \mathbf{H}_{\text{abajo}}^{\parallel} = \boldsymbol{\kappa}_f \times \hat{\mathbf{n}} \quad (45)$$

- En el uso de materiales, a veces, es útil tener las siguientes ecuaciones de frontera (repasso de Clase 2)

$$B_{\text{arriba}}^{\perp} - B_{\text{abajo}}^{\perp} = 0, \quad (46)$$

$$\mathbf{B}_{\text{arriba}}^{\parallel} - \mathbf{B}_{\text{abajo}}^{\parallel} = \mu_0 (\boldsymbol{\kappa} \times \hat{\mathbf{n}}) \quad (47)$$

- Donde nuevamente el signo de las corrientes superficiales depende de la naturaleza del material y además de la orientación de $\hat{\mathbf{n}}$

Ferromagnetismo

- Un medio lineal requiere la existencia de un campo **B** externo para el alineamiento de sus dipolos y estado de magnetización
- Un material ferromagnético, el cual **no es lineal**, no requiere ayuda de un campo externo para mantener su magnetización
- La principal diferencia entre paramagnético y ferromagnético es la orientación general de sus dipolos
- En un ferromagnético la alineación de dipolos ocurre en parches pequeños llamados **dominios** (compuesto de 10^9 dipolos)²
- Crear un material ferromagnético: someter hierro a un alto **B** hasta que el torque interior de sus dominios se alineen **$\mathbf{N} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$**
- Método: solenioide sobre un material y hacer correr I , eventualmente el material es saturado no importando el nivel de corriente

²Dominios magnéticos si pueden ser vistos en un microscopio

Dominios magnéticos

- Dominios magnéticos están inicialmente aleatorios, pero con regiones similares
- Un campo externo lo suficientemente potente puede re-alinear los dominios magnéticos
- Una vez apagada la fuente de **B** (cable enrollado con corriente I), dominios pueden quedar aún alineados
- Eventualmente se llega al punto de saturación que al aumentar I no hay cambio en **M**

- Recordemos que:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (48)$$

- En este caso **M** es considerablemente mayor a **H**, entonces $B \propto M$

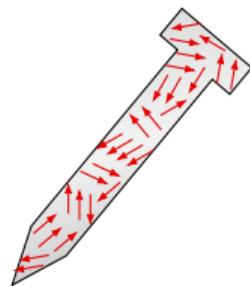


Figura: Bosquejo de clavo de hierro y sus dominios magnéticos.

Dominios magnéticos

- Dominios magnéticos están inicialmente aleatorios, pero con regiones similares
- Un campo externo lo suficientemente potente puede re-alinear los dominios magnéticos
- Una vez apagada la fuente de **B** (cable enrollado con corriente I), dominios pueden quedar aún alineados
- Eventualmente se llega al punto de saturación que al aumentar I no hay cambio en **M**

- Recordemos que:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (48)$$

- En este caso **M** es considerablemente mayor a **H**, entonces $B \propto M$

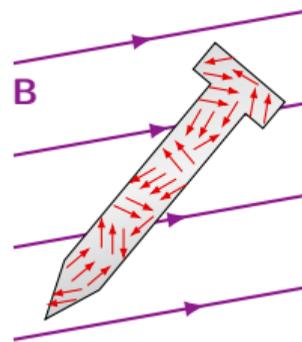


Figura: Bosquejo de clavo de hierro y sus dominios magnéticos.

Dominios magnéticos

- Dominios magnéticos están inicialmente aleatorios, pero con regiones similares
- Un campo externo lo suficientemente potente puede re-alinear los dominios magnéticos
- Una vez apagada la fuente de **B** (cable enrollado con corriente I), dominios pueden quedar aún alineados
- Eventualmente se llega al punto de saturación que al aumentar I no hay cambio en **M**

- Recordemos que:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (48)$$

- En este caso **M** es considerablemente mayor a **H**, entonces $B \propto M$

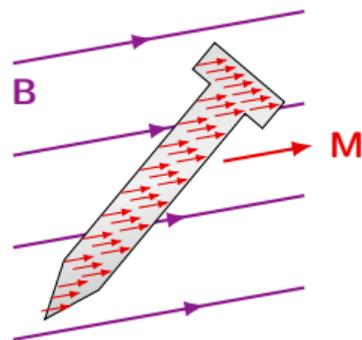


Figura: Bosquejo de clavo de hierro y sus dominios magnéticos.

El loop de histéresis y punto de Curie

- La magnetización no solo depende del campo aplicado \mathbf{B} , también en el *historial magnético* del material
- Por ejemplo durante tres veces la corriente aplicada fue cero (2-3, 4-5, comienzo en 1), pero M fue distinto para cada caso
- Dipolos dentro de un dominio se alinean uno al otro, y *random thermal motion* compite y trata de romper el alineamiento
- Eventualmente a temperaturas altas se genera un quiebre del ordenamiento, el **punto de Curie**^a
- $\uparrow T$: ferromagnético \rightarrow punto de Curie (770°C) \rightarrow paramagnético
- Lo increíble es que no existe una *transición gradual* sino que un cambio abrupto llamado **transición de fase** (de mecánica estadística)

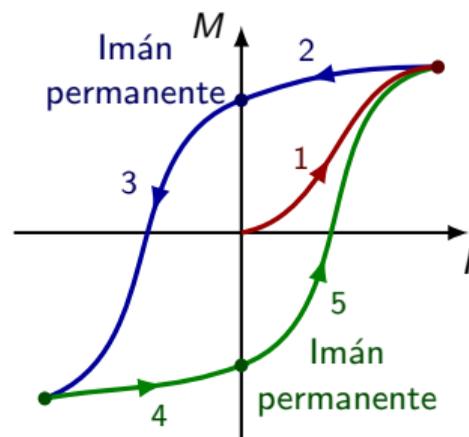


Figura: Loop de histéresis.

^aEn honor al Nobel Laureate Pierre Curie (esposo de Marie Curie).

Materiales superconductores

- Un caso particularmente interesante es el de los materiales diamagnéticos perfectos
- El llamado **Meissner effect** cuando $T \rightarrow 0\text{ K}$, el material se vuelve un superconductor, i.e., $\mathbf{B} = 0$ y $\mu \approx 0$, no se puede establecer un campo magnético dentro de un superconductor!
- Esto puede ser explicado a través de la teoría de superconductores de *Cooper* (1956)
- *Cooper pair* o BCS pair (Bardeen-Cooper-Schrieffer pair), par de electrones (u otro fermión) acoplados juntos en temperaturas extremadamente bajas ([Bardeen 1973](#))



Figura: John Robert Schrieffer (1931–2019). Físico americano que junto a John Bardeen y Leon Cooper, recibieron en 1972 el premio Nobel de física.

Materiales superconductores

- Al alcanzar cierta temperatura crítica existe una resistividad $\rho = 0$ en un superconductor, y la corriente puede fluir sin pérdidas
- La teoría BCS explica la interacción de electrones en una red cristalina (*crystal lattice*) y la formación de *Cooper pairs*
- Electrones individuales, fermiones, se comportan distinto a pares de Cooper, bosones
- Un par de electrones en un *Cooper pair* poseen un nivel energético menor, lo que trae consigo un *energy gap*, y se manifiesta en términos de una muy baja resistividad
- La superconductividad “clásica” posee un *energy gap* (superconductor de tipo I):

$$E_{\text{gap}} \approx \frac{7}{2} k_B T_{\text{crit}} \quad (49)$$

- Donde T_{crit} es la temperatura crítica y del orden de 1 K

Campos magneticos en el hogar

- Cuando una olla conductora es puesta encima una *corriente de Foucault* (conductor puesto en un campo magnético variable)
- La gran cantidad de corriente pasando sobre el conductor genera el *efecto Joule*
- La cocina es especialmente útil para *cast iron*, ollas de hierro donde su χ_m es ideal
- $B = 1-20 \mu\text{T}$

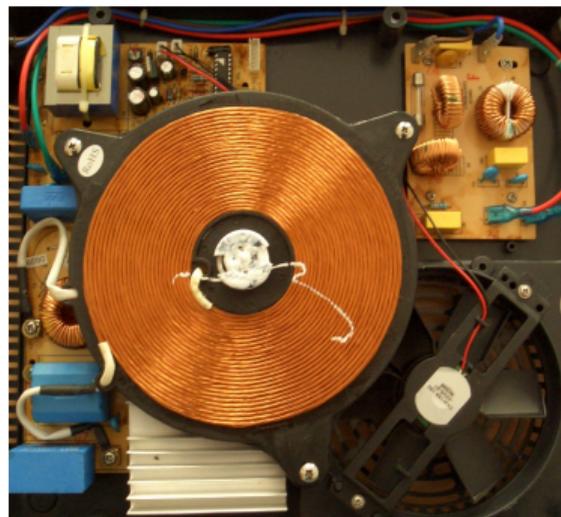


Figura: Cocina por inducción.

Campos magnéticos extremos

- Posee un campo magnético del orden de $B \sim 10^{10}$ T (Lorimer & Kramer 2012)
- El Sol y la Tierra son otro ejemplo de campos **B**
 - Campo magnético de la Tierra 25–65 μ T
 - Campo magnético del Sol $\sim 1,7$ T
- Estudio a través del efecto Zeeman^a
 - Separación de líneas espectrales en presencia de B constante
 - Puede ser visto en absorción o emisión de líneas espectrales

^aPieter Zeeman es un Nobel Laureate (1896).

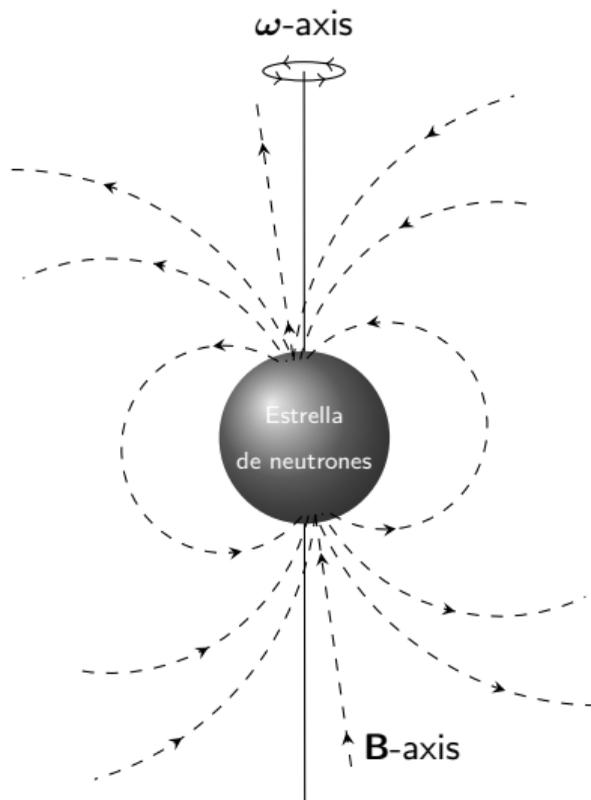


Figura: Representación de una estrella de neutrones. El eje de rotación y sus polos, por lo general, no están alineados, generando pulsaciones precisas del orden de ~ 100 ps llamados pulsares (Lorimer & Kramer 2012).

Transiciones electrónicas afectadas por campos

- Efecto Stark $\rightarrow E$
- Efecto Zeeman $\rightarrow B$
- Ambos efectos solo pueden ser explicados a través de la mecánica cuántica
- Ambos casos generan una nueva transición electrónica de niveles energéticos en átomos
- En general, transiciones electrónicas adquieren muchas subdivisiones
- Orden de campo eléctrico debe ser menor a la energía nuclear:

$$E_{\text{nuc}} = e/a_0^2 \approx 5 \times 10^9 \text{ V cm}^{-1} \quad (50)$$

- Con a_0 el radio nuclear de Bohr

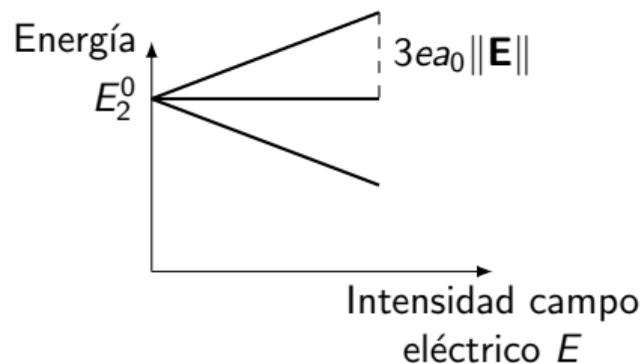


Figura: Efecto Stark. Los cuatro niveles energéticos degenerados que corresponden al número cuántico $n = 2$ se dividen en tres niveles (vea Greiner & Dreitlein 1990, capítulo 11).

Resumen

- Repasamos nuevamente el concepto de momento dipolar magnético por unidad de volumen; \mathbf{M}
- Vimos que el potencial magnético \mathbf{A} puede ser expresado en términos de las cargas *bound* (\mathbf{J}_b y κ_b)
- La permeabilidad magnética de materiales χ_m juega un rol análogo a χ_e , donde su signo depende de si el material es paramagnético o diamagnético
- Propiedades de ferromagnetismo, es un material no lineal (más complejo de modelar), posee dominios magnéticos, y su magnetización está descrita por la curva de histéresis
- El punto de Curie es una transición de fase entre ferromagnético a para- o dia-magnético
- Materiales tienen una infinidad de aplicaciones, en tecnología, hogar y ciencia
- Próxima clase: 1.3 funciones potenciales

Bibliografía

Bardeen, J. 1973, *Science*, 181, 1209, doi: [10.1126/science.181.4106.1209](https://doi.org/10.1126/science.181.4106.1209)

Greiner, W., & Dreitlein, J. 1990, *American Journal of Physics*, 58, 1217, doi: [10.1119/1.16210](https://doi.org/10.1119/1.16210)

Haynes, W. M. 2014, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*

Lorimer, D. R., & Kramer, M. 2012, *Handbook of Pulsar Astronomy*