P2) confiabilidad: 99%

9 casas sufren intento de robo

$\mathbb{P}(1 \text{ éxito}) = \mathbb{P}(\text{alarma suena}) = 0{,}99 = p$.

N° intentos: $n = 9$

Si X = "número de alarmas que suenan"

$\Rightarrow X \sim \text{Binomial}(n, p)$.

a) $\mathbb{P}(\geq 1 \text{ alarma se activó})$

$= 1 - \mathbb{P}(< 1 \text{ alarma suena})$

$= 1 - \mathbb{P}(X = 0)$

$= 1 - \binom{n}{0} p^0 (1-p)^{n-0}$

$= 1 - (1-p)^n \approx 1$

b) ≥ 7 alarmas se activan

$\mathbb{P}(\geq 7 \text{ alarmas se activan})$

$= \mathbb{P}(X \geq 7)$

$$= \sum_{k \geq 7} \mathbb{P}(X = k) = \mathbb{P}(X=7) + \mathbb{P}(X=8) + \mathbb{P}(X=9)$$

$\hookrightarrow X \sim Bin(n,p) \Rightarrow X \in \{0, \dots, n\}.$

$$= \binom{9}{7} p^7 (1-p)^{9-7} + \binom{9}{8} p^8 (1-p)^{9-8} + \binom{9}{9} p^9 (1-p)^{9-9}$$

(c) ≤ 8 alumnas activadas

$$\mathbb{P}(X \leq 8) = 1 - \mathbb{P}(X > 8)$$
$$= 1 - \mathbb{P}(X = 9)$$
$$= 1 - \binom{9}{9} p^9 (1-p)^{9-9} \approx 0{,}0864$$

$\boxed{P_2}$ $\mathbb{P}(1 \text{ campo infestado}) = 10\% = p$

N° campos muestreados : $n = 100$

(a) n° promedio de campos infectados

Sea X el número de campos infestados.

Si un "éxito" es estar infestado, entonces

$X \sim Bin(n, p)$

(y si un éxito lo definiésemos como no estar infestado, entonces sería $Bin(n, (1-p))$)

El número esperado de campos infestados es entonces:

$\mathbb{E}[X] = np = 100 \cdot 0{,}1 = 10.$

(c) ¿Qué podría concluir si encuentra que 25 campos estuvieran infestados?

Probablemente no haya independencia debido a que campos cercanos pueden contagiarse.

P_3 De cada 8 máquinas,
2 son defectuosas.
Se selecciona muestra de 4 herramientas

$\mathbb{P}$(0 defectuosos), $\mathbb{P}$(2 defectuosos)

Número de elementos : 8

Número de malos : 2

Número de buenos = 6

Tamaño de muestra = 4

X = nº de malos sacados en la muestra.

$\mathbb{P}(X = k) =$

$$\frac{\#\text{ formas de sacar } k \text{ malos entre } 2 \cdot \#\text{ formas de sacar } 4-k \text{ buenos entre } 6}{\#\text{ formas de sacar } 4 \text{ elementos entre } 8}$$

$$= \frac{\binom{2}{k}\binom{6}{2-k}}{\binom{8}{4}}$$

TODO ESPECIAL

$\Rightarrow X \sim \text{Hypergeom}(N=8, M=2, k=4).$

TAMAÑO MUESTRA.

$$\mathbb{P}(X=m) = \frac{\binom{M}{m}\binom{N-M}{k-m}}{\binom{N}{k}}$$

a) No incluya paneles defectuosos:

i.e. $X = 0$

$$\mathbb{P}(X=0) = \frac{\binom{2}{0}\binom{6}{2}}{\binom{8}{4}} \approx 21,4\,\%$$

b) Ambos paneles defectuosos

i.e. $X = 2$

$$\mathbb{P}(X=2) = \frac{\binom{2}{2}\binom{6}{0}}{\binom{8}{4}} \approx 21,4\,\%$$

P4 Ganar en la 1^{ra}: $\mathbb{P} = p_1$
" " " 2^{da}: $\mathbb{P} = p_2$

$$\mathbb{P}(\text{ganar en alguna}) = 1 - \mathbb{P}(\text{no ganar en ninguna})$$
$$= 1 - (1-p_1)(1-p_2)$$
$$= 1 - (1 - (p_1+p_2) + p_1p_2)$$
$$= p_1 + p_2 - p_1p_2$$

Sea $p = p_1 + p_2 - p_1 p_2 = \mathbb{P}(\text{ganar})$

M = n° intentos necesarios para ganar.

$$\mathbb{P}(M = n) = \mathbb{P}(\text{perder } n-1 \text{ veces y ganar en el } n\text{-ésimo intento})$$

Por independencia entre meses

$$= \mathbb{P}(\text{perder})^{n-1} \cdot \mathbb{P}(\text{ganar})$$
$$= (1-p)^{n-1} \cdot p$$

$$\Rightarrow M \sim \text{Geom}(p)$$

P_5

Éxito: anotar un gol
↳ probabilidad $70\% = p$.

¿Cuántos éxitos queremos? 3.

¿En cuántos intentos? 5.

tercer gol ✓

intentos: 1 2 3 4 5

¿de cuántas formas distribuyo 2 goles en 4 intentos?

↳ $R_p: \binom{4}{2}$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(5 \text{ intentos}) = \binom{5-1}{3-1} p^3 (1-p)^{5-3}$$

En general, si X = nº de intentos para obtener 3 goles,

$$P(X=k)=\binom{k-1}{3-1}p^3(1-p)^{k-3}$$

$\Rightarrow X \sim \text{Bin Neg}(r=3,\ p=0{,}7)$

$\boxed{P_6}$

a) $\mathbb{P}(\text{éxito}) = 4\% = p$

$\mathbb{P}(100 \text{ entregas})$

X = nº entregas para obtener el 4.

$X \sim \text{Geom}(p)$ (X es número de intentos hasta el 1er éxito)

$$\Rightarrow \mathbb{P}(X=100) = (1-p)^{100-1} \cdot p$$

$$\approx 0{,}0007.$$

b) $\mathbb{P}(\text{éxito en una parte}) = 0.1 =: p$

Nº éxitos deseados : 5

X : intentos para entregar las 5 partes

$\Rightarrow X \sim \text{BinNeg}(r=5, p=0.1)$

(X cuenta nº intentos para obtener r éxitos)

Queremos :

$$\mathbb{P}(X>7) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 7)$$

$$= 1 - \sum_{\substack{k \in R_X \\ k \leq 7}} \mathbb{P}(X=k)$$

$$R_X = \{5, 6, 7, \dots\}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(X>7) = 1 - \left(\mathbb{P}(X=5) + \mathbb{P}(X=6) + \mathbb{P}(X=7)\right)$$

$$\mathbb{P}(X = k) = \binom{k-1}{5-1} p^5 (1-p)^{k-5}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(X > 7) \approx 0{,}9998$$

Dato: con 48 intentos la prob de haber entregado es recién $\geq 50\%$

con 90 intentos es $\geq 95\%$
114 99%