

a) (2.0 pts)

$$\theta = 3 \text{ o } \theta = 4$$

$$R \sim N(0; \sigma^2 = 0,5^2)$$

$$X = \theta + R \rightarrow \text{señal recibida.}$$

• Se recibe una señal entre 3.5 y 4

$$\Rightarrow 3,5 < X < 4$$

$\rightarrow$ se pide la pbb de que $\theta = 4$ dado que se conoce lo anterior.

$$\Rightarrow P(\theta = 4 | 3.5 < X < 4) \stackrel{\text{BAYES}}{=} \frac{P(3.5 < X < 4 | \theta = 4) P(\theta = 4)}{P(3.5 < X < 4)} \quad \Delta \quad +0,5$$

* Dado que θ es binaria, asumimos igual pbb de ocurrencia.

$$\Rightarrow P(\theta = 4) = P(\theta = 3) = 1/2 \quad \boxed{+0,2}$$

$$\Delta \text{ utilizando TPT} = P(3.5 < X < 4 | \theta = 4) P(\theta = 4) + P(3.5 < X < 4 | \theta = 3) P(\theta = 3) \quad \boxed{+0,3}$$

$$\star = P\left(\frac{3.5 - \theta}{0.5} < Z < \frac{4 - \theta}{0.5} \mid \theta = 4\right) = P(-1 < Z < 0)$$

$$= 1 - P(Z > 0) - P(Z > 1) = 1 - 1/2 - 0.1587$$

$$= 0.3413 = 34.13\% \quad \boxed{+0,3}$$

$$\circ = P(3.5 < X < 4 | \theta = 3) = P\left(\frac{3.5 - \theta}{0.5} < Z < \frac{4 - \theta}{0.5} \mid \theta = 3\right)$$

$$= P(1 < Z < 2) = P(Z > 1) - P(Z > 2)$$

$$= 0.1587 - 0.0228 = 0.1359 = 13.59\% \quad \boxed{+0,3}$$

$$\Rightarrow P(\theta = 4 | 3.5 < X < 4) = \frac{0.3413 \cdot 1/2}{1/2 (0.3413 + 0.1359)} = 0.7152 = 71.52\% \quad \boxed{+0,4}$$

- b) $\theta = 3$ una señal de emergencia. $H_0: \theta = 3$
 $\theta = 4$ una señal de saludos. $H_1: \theta = 4$

I) (0.5 pts)

- Error de Tipo I: Recibir una señal de emergencia como un saludo.
- Error de Tipo II: Recibir una señal de saludo como emergencia.

⚠ Es más grave el tipo I, ya que una emergencia es algo urgente

II) (1.5 pts) tamaño de muestra $n=1$

Determinar la región de rechazo considerando un nivel $\alpha = 0.05$.

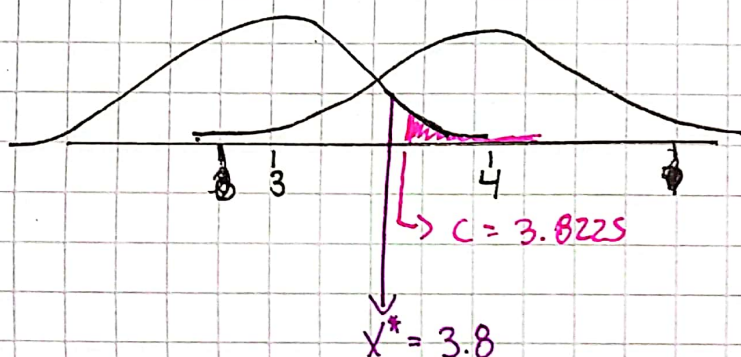
Si se obtuvo $X^* = 3.8$ ¿Qué concluye?

$$\Rightarrow \alpha = P(X > C | \theta = 3) = P\left(\frac{X - \theta}{0.5} > \frac{C - \theta}{0.5} \mid \theta = 3\right) \quad [+0.5]$$

TCL $Z \sim N(0,1)$

$$= P\left(Z > 2(C - 3)\right) = 0.05$$

$$\Rightarrow 2(C - 3) = 1.645 \Rightarrow C = 3.8225 \quad [+0.5]$$



• Para esta significancia, no es posible rechazar H_0 , es decir, no es posible indicar que no es una emergencia. +0.5

III) (0.5 pts) σ^2 desconocido.

$\Rightarrow$ cambia el estadístico $\Rightarrow$ pasa de $\frac{X - \theta}{0.5} = Z_{\text{test}} \sim N(0,1)$ de prueba

$\hookrightarrow$ a $\frac{X - \theta}{\hat{\sigma}^2} = t_{\text{test}} \sim t\text{-student.}$

iv) (0.5) Si queremos $IP(E. \text{ tipo I}) \rightarrow 0$

- Hay multiples respuestas, como que λ sea muy grande
- Es importante mencionar que si tipo I baja entonces el error tipo II sube.

c) (1pt) Supongamos σ^2 desconocido, pero $\hat{\sigma}^2 = 0.5^2$

con una muestra de tamaño $n=20$

- Calcular I. C. del 90 % para σ^2

- Se verá un I. C. bilateral

$$\Rightarrow IP(a < \chi^2_{19} < b) = 0.9$$

$$\Rightarrow a = 10.12$$

$$b = 30.1 \quad +0.3$$

$$IC_{90\%}(\sigma^2) = \left[10.12 < \frac{19(0.5)^2}{\sigma^2} < 30.1 \right] \quad +0.4$$

$$= \left[\frac{19(0.5)^2}{30.1} < \sigma^2 < \frac{19(0.5)^2}{10.12} \right]$$

$$= [0.1578 ; 0.4694] \quad // \quad +0.3$$

- tambien son equivalentes los I. C.:

$$[0, 0.4077] \quad \wedge \quad [0, 1.746 ; \infty)$$