

Auxiliar 12

Preparación C3

Profesor: Ariel Pérez

Auxiliares: Bruno Pollarolo y Sebastián Flores

P1. Hallar una solución acotada a la ecuación de Laplace en coordenadas polares en el complemento del disco $x^2 + y^2 < 1$, bajo las condiciones

$$(P) \begin{cases} u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0 \\ u(r, -\pi) = u(r, \pi) \\ u_\theta(r, -\pi) = u_\theta(r, \pi) \\ u(1, \theta) = 1 + 3\sin(\theta) - \sin^4(\theta) \quad \theta \in (-\pi, \pi) \end{cases}$$

P2. Resolver

$$(P) \begin{cases} u_t + u - \cos(t)u_{xx} = 0 & x \in (0, 1), t > 0 \\ u(0, t) + (1, t) = 0 & t > 0 \\ u_x(0, t) = 0 & t > 0 \\ u(x, 0) = h(x) & t > 0 \end{cases}$$

donde

$$h(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq 1/2 \\ \frac{\pi}{2} & 1/2 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

P3. Considere

$$(*) \begin{cases} u_t = u_{xx} & x \in (0, 1), t > 0 \\ u_x(0, t) = 0 & t > 0 \\ u_x(1, t) = 2 & t > 0 \\ u(x, 0) = x^2 + 1 & x \in (0, 1) \end{cases}$$

Pruebe que el cambio de variable (escoja a y b tq solucione)

$$u(x, t) = ax^2 + bt + \omega(x, t)$$

transforma $(*)$ en

$$(*) \begin{cases} \omega_t = \omega_{xx} & x \in (0, 1), t > 0 \\ \omega_x(0, t) = \omega_x(1, t) = 0 & t > 0 \\ \omega(x, 0) = 1 & x \in (0, 1) \end{cases}$$

Usando separación de variables, hallar ω y u .