

# Auxiliar 5

Variable compleja

**Profesor: Ariel Pérez**

Auxiliares: Bruno Pollarolo y Sebastián Flores

## P1. [Intro a complejos]

- a) Resuelva la ecuación  $e^z = \cos(iz)$ .
- b) Compruebe que la forma de extender el logaritmo como función inversa de  $e^z$  en los complejos está dado por

$$\log(z) = \ln|z| + i \arg(z)$$

con  $|z|$  el modulo de  $z$  y  $\arg(z)$  su argumento (ángulo respecto al eje real). Comente respecto a posibles problemas en la definición de esta función.

- c) Usando el hecho de que en los reales

$$x^\alpha = \exp(\alpha \ln(x))$$

halle el valor de  $(-1)^\alpha$  (con  $0 < \alpha < 1$ ) en los complejos, eligiendo una rama de corte adecuada para el logaritmo complejo.

## P2. [Polos]

Identifique los polos (singularidades) de las siguientes funciones complejas:

- a)  $\tan(z)$
- b)  $\frac{z^2}{1+z^4}$
- c)  $\frac{1}{1+z+z^2}$
- d)  $e^{1/z}$

## P3. [Integrales de Fresnel]

Deduzca las integrales de Fresnel:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos x^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} \sin x^2 dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

**Hint:** Considere la integral  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-iz^2} dz$  con el cambio de variable  $u = \frac{\sqrt{2}}{1-i}z$ .