p3. $p(\lambda) = -\lambda(\lambda-3)^2 \quad v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\rightarrow$ A es simetrica $\Rightarrow$ A es diagonalizable

$$A = P \cdot A \cdot P^{-1}$$

los valores propios son 0 y 3
$\hookrightarrow$ mult 2

pero como saber a que vector corresponde el valor propio

notemos que los vecto propios asociado a dist vp. son ortogonales

$\therefore$ veamos; $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle = (1 \cdot 0 + -1 \cdot 1 + 0 \cdot 1)$
$= -1$

$\therefore$ no son ortogonales $\therefore$ no son de dist λ_i
$\therefore$ es del mismo valor propio.
como $\lambda_2 = 3$ tiene multp 2 entonces corresponden a $\lambda_2 = 3$

Pero que pasa con $\lambda_1 = 0$ ¿Cual es su vector?
llamemoslo v_1 } y es uno pues
$\alpha(\lambda_1) = 1 = \gamma(\lambda_1)$
$\hookrightarrow$ pues A es simetrica

PROARTE

V_1 debe ser ortogonal a $W_{\lambda_2} = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$

$\therefore$ sea $V1 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

$$\left\langle \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle = 0$$

$$\alpha \underbrace{\left\langle \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle}_{① = 0} + \beta \underbrace{\left\langle \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle}_{② = 0} = 0$$

1) $x - y = 0 \rightarrow \boxed{x = y}$

2) $y + z = 0 \rightarrow \boxed{z = -y}$

$$\therefore \quad V_1 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ y \\ -y \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \quad W_{\lambda_1} = \left\langle \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}}_{\text{es vp asociado a } 0} \right\rangle$$

$\therefore$ $A = PDP^{-1}$ pero no quiero calcular P^{-1}

$\therefore$ ortonormalizamos.

$$W_{\lambda_2=3} = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

con $\|u_1\| = \sqrt{1\cdot 1 + -1\cdot -1 + 0\cdot 0}$
$= \sqrt{2}$

$$\tilde{u}_1 = \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}}{\|u_1\|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overline{u}_2 = u_2 - \langle u_2, \tilde{u}_2 \rangle \tilde{u}_1$$

$$\langle u_2, \tilde{u}_1 \rangle = \left\langle \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{matrix}, 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$= 1/\sqrt{2} \, (0\cdot 1 + 1\cdot -1 + 1\cdot 0) = -1/\sqrt{2}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 1/2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 1 \end{pmatrix} = 1/2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Luego

$$\tilde{u}_2 = \frac{\overline{u}_2}{\|\overline{u}_2\|}$$ con $\|\overline{u}_2\| = \sqrt{\left\langle 1/2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, 1/2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\rangle}$
$= 1/2 \sqrt{1\cdot 1 + 1\cdot 1 + 4}$
$= \frac{\sqrt{6}}{2}$

$$\tilde{u}_2 = 1/\sqrt{6} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \quad \tilde{W}_{\lambda_2=3} = \left\langle \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{6} \\ 2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \right\rangle$$

PROARTE

CamScanner

$$\frac{3}{2} + \frac{3}{6} = \frac{9+3}{6} = \frac{12}{6}$$

$$-\frac{3}{2} + \frac{3}{6} = \frac{-9+3}{6}$$

$$W_{\lambda_1=0} = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$\tilde{u}_1 = \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}}{\|u_1\|} \quad \text{con } \|u_1\| = \sqrt{1\cdot 1 + 1\cdot 1 + -1\cdot -1} = \sqrt{3}$$

$$= \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

$\therefore$

$$A = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{3} & 0 & 2/\sqrt{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 2/\sqrt{6} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 3/\sqrt{2} & 3/\sqrt{6} \\ 0 & -3/\sqrt{2} & 3/\sqrt{6} \\ 0 & 0 & 6/\sqrt{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 2/\sqrt{6} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3/2 + 3/6 & -3/2 + 3/6 & 6/6 \\ -3/2 + 3/6 & 3/2 + 3/6 & 6/6 \\ 6/6 & 6/6 & 12/6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \Big\} \text{ es simetrica } \ddot\smile$$

¿Que es $\underbrace{(B - 2I)}_{MRTL} x = 0$?

$x \in Ker[(B-2I)] = W_{\lambda=2}$

∴ $\gamma(2)$ es la dim del espacio propio es la dimensión del Ker dim[Ker(B-2I)]

p4) $B = \begin{bmatrix} 2 & a & 0 \\ 0 & 2 & b \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ veamos sus vp y $\vec{v}p$

$\det \begin{bmatrix} 2-\lambda & a & 0 \\ 0 & 2-\lambda & b \\ 0 & 0 & 2-\lambda \end{bmatrix}$ } es triangular superior ∴ det, es la multip de la diagonal

$= (2-\lambda)^3$ ∴ hay un unico vp = 2 con multiplicidad $\alpha(2) = 3$

pues queremos que sean iguales las multiplicidades

∴ B es diag si $\boxed{\gamma(2) = 3 = \alpha(2)}$ TL con Matriz Rep

el espacio propio $\lambda = 2$ son $\vec{x}$ tal $(B-2I)\vec{x} = 0$

¿Que es $\gamma(2)$? es la dim (Ker(B - 2I))

(es la dimensión del espacio prop asociado a $\lambda = 2$)

∴ usamos TNI;

$\dim(\mathbb{R}^3) = \dim(Im(B-2I)) + \dim(Ker(B-2I))$

$3 = rango(B-2I) + \gamma(2)$

∴ $\gamma(2) = 3$ si $rango(B-2I) = 0$.

Que es el Rango? numero de filas li o columnas

$B - 2I = \begin{bmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ∴ para que hayan 0 filas li $a = b = 0$:)