

MA1001-4 Introducción al Cálculo-2023.

Profesor: Yamit Yalanda.

Auxiliar: Sebastián P. Pincheira

6 de julio de 2023



AUXILIAR 12

D_x derivadas

Problema 1. Calcule $D_x f$ en los siguientes casos:

a) $f(x) = \sin(x + x^2)$

b) $f(x) = \sin(\cos(x))$

c) $f(x) = \frac{\sin(\cos(x))}{x}$

d) $f(x) = \sin(\cos(\sin(x)))$

e) $f(x) = \sin((x+1)^2(x+2))$

f) $f(x) = \sin^2 x \sin x^2 \sin^2 x^2$

Problema 2. a) Sean $\{f_1, f_2, f_3, \dots\}$ funciones diferenciables de (a, b) a $\mathbb{R}$. Notemos que, para cada $x \in (a, b)$ “fijo”, $(f_n(x))_{n \in \mathbb{N}}$ es una sucesión en $\mathbb{R}$. ¿Es verdad que

$$\forall x \in (a, b), \lim_{n \rightarrow \infty} D_x f_n(x) = D_x \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)?$$

Hint: $f_n(x) = x/(1 + n^2 x^2)$.

b) Sea $a, b \in \mathbb{R}$ y sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida mediante $x \mapsto b \sin(x) + a \cos(x)$. Muestre que f satisface el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} f'' + f &= 0, \\ f(0) &= a, \\ f'(0) &= b. \end{aligned} \right\}$$

Notemos que con esto, $\forall x \in \mathbb{R}$, $f''(x) = -f(x)$ y basta con saber el valor de f para saber el valor de f'' .

Problema 3. El área entre dos círculos concéntricos que están variando es, en todo minuto, $9\pi \text{ cm}^2$. La tasa en la que varía el círculo más grande es $10\pi \text{ cm}^2/\text{s}$. ¿Que tan rápido está cambiando el perímetro del círculo más pequeño cuando su área es $16\pi \text{ cm}^2$?

Problema 4. a) Sea f cualquier función definida en (a, b) . Si x es un punto máximo (o mínimo) para f en (a, b) y f diferenciable en x , muestre que $f'(x) = 0$.

Problema 5. [3 puntos] Sean $f, g, k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tales que

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leq g(x) \leq k(x).$$

Si además se sabe que f y k son derivables en 0, que $f'(0) = g'(0) = D$ y $f(0) = k(0)$, entonces g es derivable en 0 y $g'(0) = D$.

Problema 6. [3 puntos] Calcule las siguientes derivadas:

a) $f(x) = \sin(x)^x$

b) $f(x) = \log\left(\frac{(1-x)^{7/2}}{(1+x^2)^{11/3}}\right)$