MA1001-4 Introducción al Cálculo-2023.
Profesor: Yamit Yalanda.
Auxiliar: Sebastián P. Pincheira
5 de junio de 2023

Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

AUXILIAR 9

exp*onencial*

Problema 1 (Propuesto)**.** *Muestre la siguiente propiedad:*

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R},\ (ac > 0 \wedge a < b < c \implies \text{mín}(|a|, |c|) < |b|).$$

Problema 2. *a) Demuestre que* $u_n = \frac{n^n}{n!e^n}$ *converge.*

b) Calcule explícitamente:

$$\lim_{n\to\infty} n\left(n^2\left(e^{\frac{1}{n^2}} - 1\right) - 1\right)$$

c) Calcule

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(e^{\frac{1}{n}})^i.$$

Problema 3. *Calcule los siguientes límites.*

a) **(**1,3 ***pts.)*** $\lim_{n\to\infty} \dfrac{e^n}{2e^n - e^{-n}}$.

b) **(**1 ***pts.)*** $\lim_{n\to\infty} (1 + e^n)^{1/n}$

c) **(**1 ***pts.)*** $\lim_{n\to\infty} \left\{\exp\left(\dfrac{n^2+2}{2n^2}\right) + n\log\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)\right\}$

Problema 4. *El objetivo del siguiente problema es encontrar, para cada* $x > 0$ *una sucesión que converja a* $\log(x)$ *(al igual que se hizo con la función exponencial). Sea* $x > 0$*, muestre que*

$$\log(x) = \lim_{n\to\infty} n(x^{1/n} - 1)$$

Con lo que pudimos haber definido primero log *y luego definir* exp *como su inversa.*

Problema 5. *a) Sea* (x_n) *una sucesión y sea* (y_n) *convergente a* $y \neq 0$*. Muestre que si*

$$\lim_{n\to\infty} x_n y_n = l,$$

entonces x_n *converge a* l/y.

b) Sea (a_n) *convergente a* $L > 0$*. Se define*

$$s_n = \left(1 + \frac{a_n}{n}\right)^n$$

demuestre que

$$\lim_{n\to\infty} \frac{s_n}{\left(1 + \frac{L}{n}\right)^n} = 1.$$

c) Calcule

$$\lim_{n\to\infty} s_n$$

si es que existe.