

MA1001-4 Introducción al Cálculo-2023.

Profesor: Yamit Yalanda.

Auxiliar: Sebastián P. Pincheira

8 de mayo de 2023



# AUXILIAR 5

## Trigonometría

**Problema 1.** Muestre que

$$\frac{1}{\cot(x) + \cot^3(x)} + \frac{1}{\tan(x) + \tan^3(x)} + \sin(2x) = \sec(x) \csc(x)$$

**Problema 2.** Resolver la ecuación

$$\sqrt{3} \cos(x) + \sin(x) = 1 \quad (1)$$

**Problema 3.**

a) Considere el triángulo  $\triangle ABC$  de lados  $a$ ,  $b$  y  $c$ , y ángulos opuestos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , respectivamente.

(I) Use el teorema del coseno para demostrar que  $a^2 + b^2 + c^2 = 2ab \cos \gamma + 2ac \cos \beta + 2bc \cos \alpha$ .

(II) El teorema del seno nos indica que  $\sin(\alpha)/a = \sin(\beta)/b = \sin(\gamma)/c$ . Llamando  $K$  al valor común de esos tres cuocientes y siendo  $M$  al área del triángulo  $\triangle ABC$ , demuestre que  $M = \frac{1}{2}Kabc$ .

(III) Utilizando lo anterior, demuestre que

$$4M (\cot(\alpha) + \cot(\beta) + \cot(\gamma)) = a^2 + b^2 + c^2.$$

b) Encuentre todos los valores  $x \in \mathbb{R}$  tales que

$$1 - \cos(2x) + 3 \cos(x) = 0. \quad (2)$$

**Problema 4.** Muestre que

a)  $\cos(\arcsin(x)) = \sin(\arccos(x)) = \sqrt{1 - x^2}$

b)  $\cos(\arctan(x)) = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$

c)  $\sin(\arctan(x)) = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$

d)  $\tan(\arcsin(x)) = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$

e)  $\tan(\arccos(x)) = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$