

MA1001-3 Introducción al Cálculo, Otoño 2023

Profesor: Leonardo Sánchez Cancino

Auxiliares: Javier Santidrián Salas y Patricio Yáñez Alarcón



Auxiliar 12: Preparación C5 Sucesiones, Exponencial y Logaritmo

Lunes 4 de Junio de 2023

P1. Calcule el siguiente límite de sucesiones:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (e^{\frac{1}{n}})^i$$

P2. Sea u_n la sucesión definida por recurrencia de la siguiente forma para $a > b > 0$:

$$u_0 = a + b, u_{n+1} = a + b - \frac{ab}{u_n}$$

Demuestre que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > a$ y que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge, calculando $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

P3. [Calcular Límites] Calcular los siguientes límites

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + n} - n$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k+n} \right)^2$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{n^2 \cdot 3^{n+1}}$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-1}{2n+4} \right)^n$

f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{2^n + 1}{n^2 \cdot 3^{n+1}}}$

g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + b^n}{a^{n+1} + b^{n+1}}, a \neq b$

h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n}, a, b > 0$

i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^3 + 100n^2 + 3}$

j) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot \ln(1 + e^n + e^{2n} + e^{3n})$

P4. [Sándwich]

Usando que $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1$ para todo $a > 0$ y el Teorema del Sándwich, calcule:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{7^n + 5^n + 3^n}$$

P5. [Calcular límite] Calcule.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n \ln \left(\frac{k+1}{k} \right)$$