MA1001-3 Introducción al Cálculo, Otoño 2023
Profesor: Leonardo Sánchez Cancino
Auxiliares: Javier Santidrián Salas y Patricio Yáñez Alarcón

Auxiliar 10: Preparación C4 Supremo y Sucesiones

Lunes 22 de Mayo de 2023

P1. Demuestre de dos formas distintas que:

$$\frac{2n+1}{n+3} \xrightarrow[n\to\infty]{} 2$$

P2. Sean $\alpha, \beta > 0$ tales que:

$$\lim_{n\to\infty} n(\sqrt{n^2+n+1} - (\alpha n + \beta)) = L \neq 0$$

Calcule el valor de α, β y L.

P3. ***[Té Supremo ROYAL DARJEELING]***
Sean $\mathbb{A}$,$\mathbb{B} \subseteq \mathbb{R}$ conjutnos no vacíos y acotados, pruebe que:

$$\mathbb{A} \subseteq \mathbb{B} \Rightarrow \mathbf{inf}(\mathbb{B}) \leq \mathbf{inf}(\mathbb{A}) \leq \mathbf{sup}(\mathbb{A}) \leq \mathbf{sup}(\mathbb{B})$$

P4. ***[Té Supremo HIERBA LIMÓN FRAMBUESA]***
Sean $\mathbb{A} \subseteq \mathbb{R}$ un conjunto no vacío y acotado y sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una función decreciente. Demuestre que el conjutno $f(\mathbb{A}) = \{f(x)/x \in \mathbb{A}\}$ tiene ínfimo y supremo, y que:

$$f(\mathbf{sup}(\mathbb{A})) \leq \mathbf{inf}(f(\mathbb{A})) \leq \mathbf{sup}(f(\mathbb{A})) \leq f(\mathbf{inf}(\mathbb{A}))$$

P5. ***[Definición Convergencia]*** Demuestre utilizando definición de convergencia.

a) $\lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{1}{n}+1} = 1$

b) $\lim_{n\to\infty} \frac{2n+3}{3n-1} = \frac{2}{3}$

c) $\lim_{n\to\infty} n^2+1$ diverge

d) $\lim_{n\to\infty} max\{\frac{(-1)^n}{n}, \frac{(-1)^{n+1}}{n}\}$ calcule su límite y demuéstrelo.