MA1101 Introducción al Cálculo
Profesor: Leonardo Sánchez C.
Auxiliar: Patricio Yáñez A y Javier Santidrián

Auxiliar 2: Axiomas y Desigualdad con valor absolutos

31 Marzo

P1. [Desigualdades fundamentales.]Para este apartado se busca que el estudiante logre justificar a través de la axiomática de orden ciertas desigualdades esenciales, ocupando verdades absolutas y a partir de ellas llegar a lo pedido, o bien trabajando desigualdades con su debida justificación y operaciones debidamente usadas(implicancias y si solo si) .

Demuestre que:

a) $\forall x \in \mathbb{R}, x > 0, x^2 + \frac{2}{x} \geq 3.$

HINT:notar $(x-1)^2 \cdot (x+2)$

b) Demostrar que $\forall \kappa, \delta \in \mathbb{R}. \kappa, \delta > 0$, se tiene:
$\kappa^3 + 2 \cdot \delta^3 \geq 3 \cdot \kappa \cdot \delta^2$

c) $\forall x, y, z \in \mathbb{R}_+^*, (x+y+z) \cdot (x^{-1} + y^{-1} + z^{-1}) \geq 9$

d) $\forall a, b, c, d \ \in \mathbb{R}$ tales que
$a^2 + b^2 = 1 \wedge c^2 + d^2 = 1 \Rightarrow a \cdot c + b \cdot d \leq 1$ **CONTROL 1 MA12A CÁLCULO 2005-1**

1 Intuición:

2 Teoría:

3 Matraca:

P2. [Comprensión tabla de signos y desigualdades dependiendo grado] Esta pregunta busca que sepan desarrollar un ejercicio a partir de un análisis de signos de la expresión y como atacarla.
Resuelva las siguientes inecuaciones:

a) $\dfrac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 3x + 2} \geq 1$

b) $\dfrac{4x-3}{6x} < \dfrac{8x-6}{5x}$

1 Intuición:

2 Teoría:

3 Matraca:

P3. **[DESIGUALDAD CON VALOR ABSOLUTO] Esta pregunta busca que comprendan como funciona la función valor absoluto, desde el punto de vista de una desigualdad, que comprendan el método de resolver, la aplicación de la tabla de signos y además la interpretación gráfica**

$$\frac{x \cdot (x+2) - |x+2| \cdot |x-3|}{(x+1) \cdot (x-2)} < 0$$

1 Intuición:

2 Teoría:

3 Matraca:

P4. **[PROBLEMA APLICADO] busca que a partir de una hipótesis se pueda probar la desigualdad pedida**

$\forall x, y \in \mathbb{R}_+ / x,y < 1$
$\Rightarrow \frac{1}{1-x^2} + \frac{1}{1-y^2} \geq \frac{2}{1-xy}$

P5. Demostrar la siguiente propiedad:

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, -((-a)+b) = a - b$$

Lo que busca este ejercicio es que puedan aplicar la axiomática de los reales para poder justificar la igualdad, recordar el concepto fundamental de unicidad.

P6. Demostrar la siguiente desigualdad:

$\forall x_i \in \mathbb{R}, i \in \mathbb{N}$

$$|x_1 + x_2 + ... + x_{n-1} + x_n| \leq |x_1| + |x_2| + ... + |x_{n-1}| + |x_n|$$

Lo que busca esta pregunta es desarrollar el concepto de inducción con desigualdades, además contextualizar un poco el valor absoluto que será usado más adelante.

P7. Demuestre que:

$$\frac{1}{x+1} \leq |x| + \frac{1}{|x-1|}$$

A partir de

$$\frac{1}{x+1} \leq |x + \frac{1}{x-1}|$$

P8. [Demostraciones fundamentales.] El objetivo de esta pregunta es ver métodos de demostración en conjunto a probar propiedades fundamentales.

Usando los axiomas de cuerpo de los reales y teoremas de unicidad de neutros e inversos, demuestre las siguientes propiedades:

a) Absorción del 0 o 0 aniquila $\forall a \in \mathbb{R}, a \cdot 0 = 0$
Nota: Recordar lo visto en cátedras que el neutro aditivo es único.

b) $\forall a \in \mathbb{R}, (-a)^{-1} = -(a)^{-1}$,$a \neq 0$

c) $\exists!$ neutro multiplicativo para el cuerpo de los reales.

d) $\forall x \in \mathbb{R}, (x^{-1})^{-1} = x \; x \neq 0$

e) $\forall a \in \mathbb{R}, a^2 = 0 \Rightarrow a = 0$

f) Sea $ab \neq 0 \Rightarrow (ab)^{-1} = a^{-1} \cdot b^{-1}$

1 Intuición:

2 Teoría:

3 Matraca:

Figura 1