IN701 Microeconomía I — Profesor: Juan Escobar

Otoño 2023 — Auxiliares: Simon Andrade, Exequiel Padilla

Ayudante: Valentina Fuentes

Control 1

Tiempo: 120min

Instrucciones: Este control se desarrollará de manera presencial. Durante el desarrollo del control, los alumnos pueden consultar libros y apuntes impresos. Las respuestas son individuales y no se pueden copiar de ninguna fuente. Durante el desarrollo del control no se puede usar internet.

1. (30pts) Use sus conocimientos de microeconomía y no más de 8 renglones para responder las siguientes preguntas. Su respuesta no será evaluada si excede el límite o está escrita con letra ilegible

   a. (10pts) Una firma enfrenta una curva de demanda mayor a la que enfrentaba en el periodo de producción anterior. Venderá la firma a un precio mayor? En su respuesta, distinga el caso de una firma competitiva del de la firma monopólica.

   Respuesta: No necesariamente.
   En el caso del monopolio, éste considera la elasticidad de la demanda para fijar el precio, en vez de la cantidad simplemente. Otra respuesta válida es dar un ejemplo de aumento de demanda en donde el precio monopólico baje.
   Por otro lado, si una firma es competitiva, el precio viene dado por el equilibrio de mercado. Si la oferta es totalmente inelástica, el precio de equilibrio se mantiene frente a un aumento de la demanda.

   b. (10pts) Un monopolio enfrenta un alza en sus costos marginales y reducción en costos fijos. Reducirá la firma su producción? Que propiedades de la curva de demanda son importantes en su análisis?

   Respuesta: La afirmación es cierta. Un aumento en los costos marginales llevan a una producción más baja, ya que los ingresos marginales se ven sobrepasados por los costos marginales en la producción óptima anterior. Otra forma de responder es usando Topkis de la siguiente manera. La utilidad de la firma viene dada por la maxima utilidad sobre q de $P(q)q - c(q,\theta)$. Un aumento en el costo marginal lo podemos pensar como $c'(q,\bar{\theta}) > c'(q,\underline{\theta})$, para $\bar{\theta} > \underline{\theta}$, es decir, c tiene diferencias crecientes en (q,θ). Luego, el maximizando de la firma tiene diferencias decrecientes en (q,θ), por lo que su cantidad óptima $q(\theta)$ es decreciente.
   El nivel de producción no depende de los costos fijos. Estos últimos determinan la decisión óptima de entrada o salida en un mercado. Es suficiente el supuesto de la ley de la demanda.

   c. (10pts) Considere un trabajador que oferta trabajo y observa un alza en el sueldo (por hora trabajada). Puede el trabajador reducir su oferta laboral? Explique los efectos involucrados. Grafique su respuesta. Puede serle útil, argumentar usando la ecuación de Slutsky.

   Respuesta: Sí, puede.
   Por un lado, hay un aumento de los ingresos del agente, fijando la cantidad de horas trabajadas. Así, el trabajador puede gozar de más ocio sin tener que disminuir su consumo. Por otro lado, el ocio se vuelve más caro, ya que aumenta el costo de oportunidad de trabajar, y así poder consumir más. La nueva cantidad de horas trabajadas puede aumentar o disminuir dependiendo de cuál efecto es mayor.
   Un gráfico válido es aquel que considera las dos regiones factibles, dado el cambio en ingresos y precio del ocio, y sus decisiones óptimas, reflejadas en las curvas de indiferencias tangentes a las rectas de presupuesto.

2. (30pts) Considere una firma que puede transformar insumo $z \in \mathbb{R}^L_+$ en un producto $x \in \mathbb{R}_+$ usando una tecnología (o función de produccion) f. La tecnología f es desconocida. Un plan de producción es un vector de insumo y producto $y = (x, z)$ y un vector de precios p se escribe $p = (p^x, -p^z)$ de modo que las utilidades que obtiene la firma con un plan y que enfrenta precios p es el producto punto:

$$y \cdot p = p^x x - p^z z.$$

Se observan los siguientes datos sobre precios y planes producción de la

firma

$$\{(y_1, p_1), \ldots, (y_n, p_n)\}$$

En este problema nos preguntamos si tales datos son o no consistentes con los de una firma competitiva que maximiza utilidades dada alguna tecnologia f que no conocemos.

a. (15pts) Muestre que si la firma es competitiva y maximiza utilidades dada su tecnologia f, entonces para todo i y todo k

$$p_i \cdot (y_i - y_k) \geq 0 \tag{0.0.1}$$

Respuesta: La firma desea maximizar :

$$y \cdot p = p^x x - p^z z,$$

en particular con los datos observados tenemos que para todo período i se observa que la decisión óptima del plan de producción es y_i cuando se observa un precio p_i, por lo que $p_i y_i$ maximiza la utilidad en ese período. Así concluimos que para cualquier otro plan de producción k, debe ocurrir:

$$p_i y_i \geq p_i y_k \implies p_i(y_i - y_k) \geq 0$$

En caso contrario la firma no es maximizadora de beneficios con los datos observados.

b. (15pts) Suponga ahora que los datos satisfacen (0.0.1). Muestre que existe una teconologia f tal que una firma competitiva con función de producción f escoge y_i cuando enfrenta un precio p_i, para todo $i = 1, \ldots, n$.

Respuesta: Una función de producción posible para esta firma (es decir, que racionaliza los datos observados) es:

$$f(z_i) = \begin{cases} x_i & \text{if } \ p = p_i \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

3. (30pts) Sea X un conjunto finito de alternativas y suponga que un tomador de decisiones tiene preferencias $\succeq$ sobre $\Delta(X)$ dadas por

$$p \succeq q \text{ ssi } \max\{u(x) \mid p(x) > 0\} \geq \max\{u(x) \mid q(x) > 0\}$$

donde $u \colon X \to \mathbb{R}$ es una función dada y $\Delta(X)$ es el conjunto de loterias sobre X.

a. (15pts) Interprete las preferencias $\succeq$. Son las preferencias $\succeq$ racionales?

Respuesta: Interpretación: Al agente solo le importa la mayor utilidad que le ofrece la lotería con probabilidad positiva (el mejor escenario probable).
Estas preferncias son racionales. Primero probaremos que esta relación es completa. Sean p, q loterías sobre X. Como X es finito, $\max\{u(x) \mid p(x) > 0\}$ y $\max\{u(x) \mid q(x) > 0\}$ son números

reales (siempre existen dichos máximos) y por lo tanto, se pueden comparar.
Para la transitividad tomamos 3 loterías p, q, r tal que $p \succeq q$ y $q \succeq r$. Se sigue que

$$\max\{u(x) \mid p(x) > 0\} \geq \max\{u(x) \mid q(x) > 0\} \geq \max\{u(x) \mid r(x) > 0\}$$

y por lo tanto, $p \succeq r$.
Otra respuesta es la siguiente, y se basa en un lema visto en clases. Sea $Y = \Delta(X)$. Si la relación definida en Y es representada por una función de utilidad, es decir , $p \succeq q$ ssi, $U(p) \geq U(q)$, para alguna función $U : Y \to \mathbb{R}$, entonces la relación es racional. Es claro que definiendo $U(p) = \max\{u(x) \mid p(x) > 0\}$, se tiene lo pedido.

b. (15pts) Muestre que no existe una funcion $v\colon X \to \mathbb{R}$ tal que para todo $p, q \in \Delta(X)$

$$p \succeq q \text{ ssi } \sum_{x \in X} v(x)p(x) \geq \sum_{x \in X} v(x)q(x).$$

Para ello, basta proveer un ejemplo donde X tiene dos elementos.

Respuesta: La demostración será por contradicción. Tomemos $X = \{a, b\}$. Tenemos dos casos para la función u. El primero es que u sea una función constante, y en tal caso la relación de preferencia es trivial, y es tal que todas las loterías en X son igualmente preferidas. El segundo caso es en donde $u(a) \neq u(b)$. Sin perder generalidad, supondremos $u(a) < u(b)$. Sea $\alpha \in [0, 1]$, y consideremos la lotería L_α que asigna probabilidad α a la alternativa a y $1 - \alpha$ a la alternativa b, es decir, $L_\alpha(a) = \alpha = 1 - L_\alpha(b)$. Notemos que $L_{0.1}$ es igual de preferida que $L_{0.2}$, ya que ambas loterías dan peso positivo a la alternativa b. Si existiera la función v, tendríamos necesariamente

$$0.1v(a) + 0.9v(b) = 0.2v(a) + 0.8v(b)$$

lo que implica que $v(a) = v(b)$. Por otro lado, L_0 es estrictamente preferido a L_1, por lo que v debe cumplir

$$0v(a) + 1v(b) = v(b) > v(a) = 1v(a) + 0v(b)$$

lo que es una contradicción. Por lo tanto, no existe tal función v.

4. (30pts) Considere una economia de intercambio con dos bienes y dos agentes, descrita por $u^1(x; y) = xy, u^2(x; y) = x + ln(y), e^1 = (2, 1), e^2 = (1, 2)$.

a. (15pts) Dibuje la caja de Edgeworth y el conjunto de las asignaciones Pareto eficientes.

Respuesta: Para encontrar el conjunto de asignaciones Pareto eficientes, debemos encontrar la curva de contrato, donde se debe cumplir.

1. Igualdad de tasas marginales . $Tms^1 = Tms^2$
2. Limpieza de mercados. $x^1 + x^2 = 3$, $y^1 + y^2 = 3$

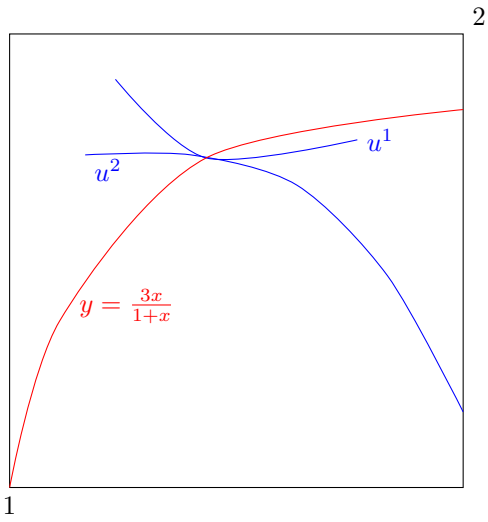
Luego, de la condición 1:

$$\frac{y^1}{x^1} = y^2$$

Por condición 2, nos queda:

$$\frac{y^1}{x^1} = 3 - y^1 \to y = \frac{3x}{1 + x}$$

Luego $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{3}{(1+x)^2} > 0$ y $\frac{\partial^2 y}{\partial^2 x} = \frac{-6}{(1+x)^3} < 0$, con esto la caja de Edgeworth y el conjunto de asignaciones Pareto eficientes queda:



Otro método es parametrizar respecto a un nivel de utilidad $\bar{u}$. El problema queda:

$$\max_{x^1,y^1} u^2(3-x^1, 3-y^1) \quad s.a\ u^1(x,y) \geq \bar{u}$$

Este problema nos entrega la misma curva.

b. (15pts) Calcule todos los EW.

Respuesta: Ambos jugadores maximizan:

$$\max_{\{x,y\}\geq 0} u^1(x,y) \quad s.a \quad xp + y = 2p + 1$$
$$\max_{\{x,y\}\geq 0} u^2(x,y) \quad s.a \quad xp + y = p + 2$$

Luego, el equilibrio se da cuando:

1. $Tms^1 = p = Tms^2$
2. Se limpian los mercados, $x^1 + x^2 = 3$ y $y^1 + y^2 = 3$

De 1. se tiene:

$$\frac{y^1}{x^1} = p = y^2$$

Usando esto en las restricciones presupuestarias de cada individuo, las demandas quedan: $x^1 = \frac{2p+1}{2p}$ $y^1 = \frac{2p+1}{2}$ para el agente 1 y $x^2 = \frac{2}{p}$ $y^2 = p$ para el agente 2. Por limpieza de mercados:

$$x^1 + x^2 = \frac{2p+1}{2p} + \frac{2}{p} = 3$$
$$y^1 + y^2 = \frac{2p+1}{2} + p = 3$$

El precio que sostiene el EW es $p = \frac{5}{4}$, el EW es:

$$EW = (x^1, y^1, x^2, y^2, p) = (\frac{7}{5}, \frac{7}{4}, \frac{8}{5}, \frac{5}{4}, \frac{5}{4})$$