



# IN3171 - Modelamiento y Optimización

## Pauta Teórica - Tarea N° 2

Profesores: Azucena Orellana y Martín Valdevenito

Auxiliares: Nicolás Acevedo, Diego Cares, José Miguel González, Catalina Leppe, Pedro Maldonado, Paz Meneses, Matías Muñoz, Mariana Quiroga, Germán Silva y Pablo Ubilla

*Nota:* No es necesario que un modelamiento sea idéntico a este para que sea equivalente (entregue la misma solución óptima).

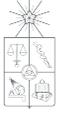
### Modelo parte (a)

#### Parámetros

- $M$ : Conjunto materiales.
- $C$ : Conjunto clientes.
- $C_m$ : Conjunto clientes que procesan ( $C = \dot{\cup}_{m \in M} C_m$ ).
- $T$ : Conjunto días.
- $V$ : Capacidad camiones.
- $A_c$ : Capacidad bodega clientes.
- $K$ : Capacidad bodega GM.
- $U_m$ : Capacidad de procesamiento de  $m$ .
- $q_m$ : Costo de botar el material  $m$ .
- $\alpha$ : Ponderador de botar materiales en GM.
- $Q$ : Costo de cambiar de configuración.

#### Variables de decisión

- $X_{ct} \in \mathbb{Z}$ : Cantidad que se retira del cliente  $c$  el día  $t$ .
- $S_{ct} \in \mathbb{Z}$ : Stock en bodega del cliente  $c$  el día  $t$ .
- $B_{ct} \in \mathbb{Z}$ : Lo que bota el cliente  $c$  el día  $t$ .
- $Y_{mt} \in \mathbb{Z}$ : Lo que GM procesa de  $m$  el día  $t$ .
- $S_{mt}^{(GM)} \in \mathbb{Z}$ : Stock en bodega de GM del material  $m$  el día  $t$ .
- $B_{mt}^{(GM)} \in \mathbb{Z}$ : Lo que GM bota de  $m$  el día  $t$ .
- $Z_{mt} = \begin{cases} 1, & \text{si GM procesa } m \text{ el día } t \\ 0, & \sim \end{cases}$



- $W_t = \begin{cases} 1, & \text{si GM cambia la configuración el día } t \\ 0, & \sim \end{cases}$

## Restricciones

- Capacidad camiones:  $\sum_{c \in C} X_{ct} \leq V \quad \forall t \in T$
- Capacidad bodega clientes:  $S_{ct} \leq A_c \quad \forall c \in C, \forall t \in T$
- Flujo bodega clientes:
  - $S_{c,2} = P_{c,1} - X_{c,1} - B_{c,1} \quad \forall c \in C$
  - $S_{c,t+1} = S_{ct} + P_{ct} - X_{ct} - B_{ct} \quad \forall c \in C, \forall t \in \{2, \dots, T\}$

*Nota:* Esta restricción tiene implícito el hecho de que se retira menos de lo que se tiene disponible, dado que las variables son positivas (como se explicita más adelante). La positividad de todas estas variables implica que:  $X_{ct} \leq S_{c,t+1} + X_{ct} + B_{ct} = S_{ct} + P_{ct}$

- Se procesa un material por día:  $\sum_{m \in M} Z_{mt} = 1 \quad \forall t \in T$
- Capacidad de procesamiento:  $Y_{mt} \leq U_m \cdot Z_{mt} \quad \forall m \in M, \forall t \in T$
- Capacidad Bodega GM:  $\sum_{m \in M} S_{mt}^{(GM)} \leq K \quad \forall t \in T$
- Flujo bodega GM:
  - $S_{m,2}^{(GM)} = \sum_{c \in C_m} X_{c,1} - Y_{m,1} - B_{m,1}^{(GM)} \quad \forall m \in M$
  - $S_{m,t+1}^{(GM)} = S_{mt}^{(GM)} + \sum_{c \in C_m} X_{ct} - Y_{mt} - B_{mt}^{(GM)} \quad \forall m \in M, \forall t \in \{2, \dots, T\}$

*Nota:* Aquí pasa lo mismo que en el flujo de los clientes. Esta igualdad implica que no proceso más de lo que se puede procesar.

- Cambio de configuración:  $W_t \geq Z_{mt} - Z_{m,t-1} \quad \forall m \in M, \forall t \in \{2, \dots, T\}$

*Nota:* Se asumió que se parte con una configuración sin costo en día  $t = 1$ .

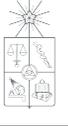
- Positividad variables clientes:  $X_{ct}, S_{ct}, B_{ct} \geq 0 \quad \forall c \in C, \forall t \in T$
- Positividad variables GM y naturalezas binarias:

$$Y_{mt}, S_{mt}^{(GM)}, B_{mt}^{(GM)} \geq 0 \quad \forall m \in M, \forall t \in T$$

$$Z_{mt}, W_t \in \{0, 1\}$$

## Minimización de función objetivo

Vamos a representar a  $\mathcal{X}$  como el producto cruz de todos los conjuntos de valores de las variables de decisión. Es decir, cada elemento  $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$  es un vector de valores de todas las variables decisión. Esto no era necesario, y sólo es para ahorrarnos notación.



$$\min_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}} \left\{ \sum_{t \in T} \left( \sum_{m \in M} q_m \cdot \left( \alpha B_{mt}^{(GM)} + \sum_{c \in C_m} B_{ct} \right) + W_t \cdot Q \right) \right\}$$

## Modificación de parte (c)

### Nuevos parámetros

- $k_m$ : Costo por ampliar en una unidad la capacidad de procesamiento del material  $m$ .
- $\delta$ : Descuento por unidad que se aumenta en la capacidad de todos los materiales.

### Nuevas variables de decisión

- $u_m \in \mathbb{Z}$ : Decenas de capacidad de procesamiento extra que se agregan al material  $m$ .
- $v \in \mathbb{Z}$ : Decenas de capacidad de procesamiento extra que se agregan a todos los materiales.

### Nuevas restricciones

- Capacidad extra común es el mínimo:  $v \leq u_m \quad \forall m \in M$
- Positividad:

$$u_m \geq 0 \quad \forall m \in M$$

$$v \geq 0$$

### Modificación de restricciones

- Capacidad de procesamiento:
  - $Y_{mt} \leq U_m + 10u_m \quad \forall m \in M, \forall t \in T$
  - $Y_{mt} \leq N \cdot Z_{mt} \quad \forall m \in M, \forall t \in T, N \gg 0$

### Modificación de función objetivo

Tomando  $\mathcal{X}' = \mathcal{X} \times \mathbb{Z}^2$ , para agregar las dimensiones de las nuevas dos variables, la nueva función objetivo queda como sigue.

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}'} \left\{ \sum_{t \in T} \left( \sum_{m \in M} q_m \cdot \left( \alpha B_{mt}^{(GM)} + \sum_{c \in C_m} B_{ct} \right) + W_t \cdot Q \right) + 10 \cdot \left( \left( \sum_{m \in M} k_m \cdot u_m \right) - \delta \cdot v \right) \right\}$$