

## Auxiliar 3

### Dipolo y campo eléctrico

**Profesor: Simón Riquelme**

Auxiliares: Antonia Cisternas, Javier Huenupi

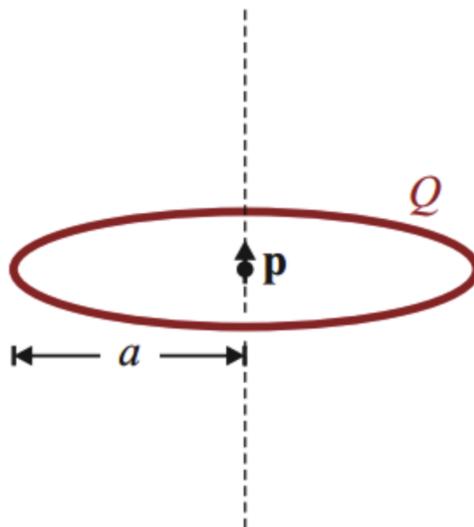
Ayudante: Bruno Pollarolo

#### **P1.- Dipolo**

Un anillo circular de radio  $a$ , almacena una carga  $Q$  distribuida uniformemente. En el centro del anillo se encuentra un dipolo puntual  $\vec{p}$ , alineado según el eje de la espira.

- Determine la fuerza que el dipolo ejerce sobre el anillo.
- Demuestre que la fuerza que ejerce un campo eléctrico sobre un dipolo es  $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E}$ . Calcule la fuerza que el anillo produce sobre el dipolo, ¿se verifica la tercera Ley de Newton?
- Demuestre que la energía de un dipolo en un campo eléctrico viene dada por  $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ . Determine la energía que tiene el dipolo por encontrarse en el campo del anillo.
- Demuestre que el torque que ejerce un campo eléctrico sobre un dipolo es  $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ . Calcule el torque que el anillo ejerce sobre el dipolo

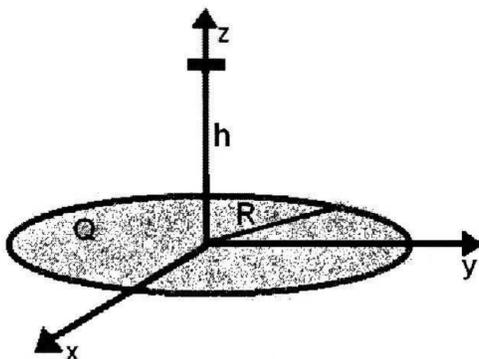
**Hint:** Para algunos casos le será útil considerar el dipolo como dos partículas en el eje  $\hat{k}$  de cargas  $q$  y  $-q$  en la posición  $d/2$  y  $-d/2$  respectivamente, donde  $d$  es pequeño. Algunas expresiones tendrán que expandirlas en serie de Taylor



**P2.-** Una carga  $Q$  se aplica a un disco circular de material aislante de radio  $R$ , de forma que la densidad de carga superficial es proporcional a la distancia radial desde el centro. Demuestre que el campo eléctrico en el eje del disco a una distancia axial  $h$  desde el centro es:

$$\vec{E}(h) = \frac{3Qh}{4\pi\epsilon_0} \left( \ln \frac{R + \sqrt{R^2 + h^2}}{h} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + h^2}} \right) \hat{k}$$

**Hint:** Puede serle útil la identidad  $\arcsin x = \ln x + \sqrt{1 + x^2}$



## Formulario

### Dipolo eléctrico

Dado un dipolo situado en el origen y con momento dipolar  $\vec{p}$ , el potencial eléctrico generado por este a una distancia  $\vec{r}$  está dado por:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{r^2},$$

por lo que el campo eléctrico se calcula como

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}}{r^3}.$$

### Fuerza y torque

La fuerza aplicada sobre una **carga puntual**  $q$  en la posición  $\vec{r}$  se calcula como

$$\vec{F} = q\vec{E}(\vec{r}),$$

y la fuerza aplicada sobre una **distribución continua**

$$\vec{F} = \int dq' \vec{E}(\vec{r}'),$$

donde la integral recorre toda la distribución y  $\vec{E}$  es el campo generado por una fuente externa. Además, el torque ejercido por una fuerza  $\vec{F}$  a una distancia  $\vec{r}$  se calcula como

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}.$$