Guía Control 3
FI2002-1 2023

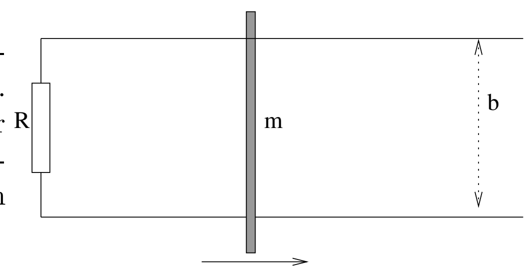
(Desarrolle sus respuestas y **cuide la presentación**. Sin calculadora.)

Relaciones útiles:

$\vec{m} = I\vec{S}$ $\quad \vec{\Gamma} = \vec{m} \times \vec{B}$ $\quad \phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$ $\quad \epsilon = -d\phi/dt$
Flujo magnético total a través del i-ésimo de N circuitos acoplados magnéticamente:
$\phi_i = L_i I_i + \sum_{j \neq i} M_{ij} I_j$.
$\vec{D} = \epsilon\epsilon_\circ \vec{E}$, $\vec{B} = \mu\mu_\circ H$, $\mu_\circ = 4\pi\ 10^{-7}$ T m A^{-1}, $\epsilon_\circ = 8{,}85\ 10^{-12}$ F m^{-1}
$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_l \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}_l + (\partial \vec{D}/\partial t) \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial \vec{B}/\partial t$
$u = \frac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{D} + \frac{1}{2}\vec{H} \cdot \vec{B}. \quad \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$.
$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{a}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{a}) - \nabla^2 \vec{a}$.
Rotor en coordenadas cilíndricas:
$\vec{\nabla} \times \vec{A}|_r = \frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \quad \vec{\nabla} \times \vec{A}|_\theta = \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \quad \vec{\nabla} \times \vec{A}|_z = \frac{\partial A_\theta}{\partial r} + \frac{A_\theta}{r} - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \theta}$

I Inducción y efecto Joule

Una barra de masa m se desliza sin fricción sobre dos rieles paralelos, conductores, y separados por una distancia b. Existe un campo $\vec{B}$ perpendicular al plano de los rieles (ver figura), y una resistencia R conecta los dos rieles en un extremo. En $t = 0$ se imparte una velocidad $v_\circ$ a la barra, en dirección opuesta a la resistencia.



1. (3 pt) ¿Cuando deja de desplazarse la barra?
2. (2 pt) ¿Cuanta distancia a recorrido la barra cuando deja de desplazarse?
3. (1 pt) Describa el balance energético del sistema.

II Inducción al caer un cuadro por una región con campo magnético.

En la región del espacio contenida entre el plano $z = 0$ y $z = h$ existe un campo magnético $\vec{B}$ uniforme y horizontal. Inicialmente, en la región $z < 0$ se encuentra un armazón rectangular conductor de resistencia R, rectangular, indeformable, y de masa m. El plano del armazón es perpendicular a $\vec{B}$. Los lados AB y CD son horizontales y tiene largo a, los lados BC y AD son verticales y tienen largo b ($b < h$) (ver Figura). La aceleración de gravedad es $\vec{g}$.

1. (2.0pt) Establecer, explicando todas las etapas del razonamiento, la ecuación de movimiento del armazón.

2. (2.0pt) Resolver la ecuación de movimiento en el caso que el armazón es soltado en $t = 0$, sin velocidad inicial, cuando el lado AB coincide on el plano $z = 0$. Despreciar las contribuciones a $\vec{B}$ debidas a las corrientes inducidas.

3. (2.0pt) Cuando el lado DC alcanza $z = h$, calcular: la velocidad adquirida por el armazón, y la energía Q disipada en calor dentro del alambre. Comparar Q con la pérdida de energía potencial gravitacional.

4. (+1.0pt) Si existe una corriente I en el armazón, estime el campo magnético en el centro del armazón. ¿Cuál es la forma de $\vec{B}$ infinitesimalmente cerca de uno de lo alambres? Use estos resultados para justificar que se pueden despreciar las contribuciones a $\vec{B}$ debidas a las corrientes inducidas.

III Usos de un electroimán con sacado.

Consideramos un electroimán toroidal, con un sacado que subtiende un ángulo $\alpha \ll 1$ rad desde el centro del toro. El toro tiene un núcleo de hierro, un radio promedio de $a = 10$ cm, y el sacado tiene largo 0,1 cm, y hay 200 vueltas de alambre enrolladas sobre el toro.

1. (4.0pt) Use la siguiente tabla para:

   a) estimar el campo magnético dentro del sacado cuando $I = 5$ A.

   b) Compare la potencia necesaria para mantener un campo magnético en el sacado de 0.6 T, con la requerida para mantener un campo de 1.2 T. Comente.

H (A m^{-1})	40	80	160	240	320	480	800	1600
B (T)	0.1	0.2	0.6	0.85	1.0	1.2	1.4	1.5

2. (2.0pt) Usando el electroimán estudiamos el compartamiento de materiales no-ferromagnéticos. Ponemos a prueba la relación teórica

$$\chi_B = \mu_\circ n \left\{ \frac{m^2}{3kT} - \frac{e^2}{6m_e} Z r_\circ^2 \right\},$$

   en que: n es la densidad de número de dipolos microscópicos, m es el dipolo permanente, $r_\circ$ es el radio promedio de un átomo, y Z es el número de carga.

   a) ¿Cuál es la energía magnética de un grano de material con volumen V, ubicado en el sacado?

   b) Comente sobre el comportamiento magnético de la materia no-ferromagnética en los límites $T \to 0$ y $T \to \infty$. Deduzca dos tipos de comportamientos magnéticos en función de los valores relativos de los parámetros microscópicos.

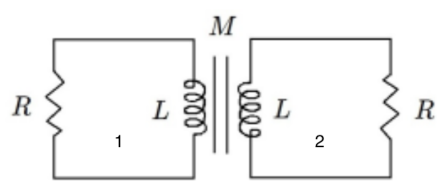
IV Generador de corriente alterna

Considere un anillo de diametro a con N vueltas de un circuito, y con resitencia total R. El anillo gira uniformemente en torno a un eje de rotación $\vec{\omega}$, y es permeado por un campo magnético uniforme y constante $\vec{B}$, tal que $\vec{B} \perp \vec{\omega}$. Despreciando efectos 'transientes':

1. (`3.0 pt`) Encuentre la corriente en el anillo en función del tiempo.
2. (`2.0 pt`) Determine el torque Γ necesario para mantener el anillo en rotación constante.
3. (`1.0 pt`) Compare la potencia eléctrica generada con la potencia mecánica $\omega\Gamma$ requerida para mantener el torque en rotación.

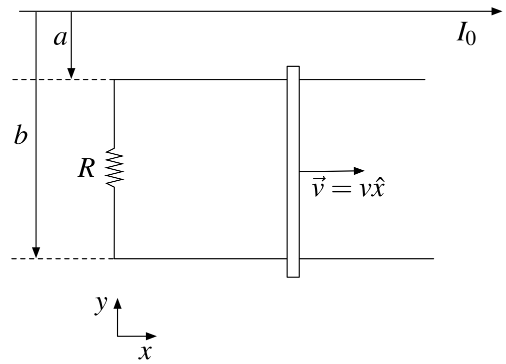
V Inductancias mútuas

Considere un sistema de dos circuitos RL acoplados como el de la Figura. L es la auto-inductancia de cada solenoide y M es la inductancia mutua entre ellos. Calcular las corrientes eléctricas que circulan por ambos sistemas en función del tiempo t, si la corriente en el circuito 1 en $t = 0$ es $I_\circ$.



VI F.e.m. mocional

Considere una barra conductora que puede deslizar sin roce sobre dos rieles también conductores. En el mismo plano de los rieles y paralelo a ellos, existe un cable por el cual fluye una corriente I_0. Si un agente externo provoca que la barra se mueva con velocidad $\vec{v} = v\vec{x}$ en todo momento y la resistencia del circuito cerrado es R, estime:



- (`3.0 pt`) El módulo y el sentido de la corriente que fluye por la barra.
- (`3.0 pt`) La fuerza que debe aplicar el agente externo para que la barra se mueva con velocidad constante.

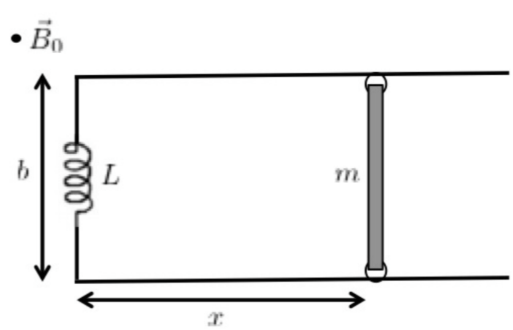
IV Riel oscilante

Una barra conductora de masa m se desliza a lo largo de dos rieles conductores, los que éstan conectados por una inductancia de constante L, y en presencia de un campo magnético uniforme $\vec{B}_0$ que apunta hacia afuera de la página (ver Figura).

a) Muestre que la velocidad v del riel, $v = \dot{x}$), oscila armónicamente, y encuentre la frecuencia de oscilación.

b) Si en $t = 0$ la velocidad v es cero, y la corriente vale I_0, encuentre el máximo valor de $|v|$.

Ayuda: Al considerar la fuerza sobre la barra, desprecie el campo magnético auto-inducido.



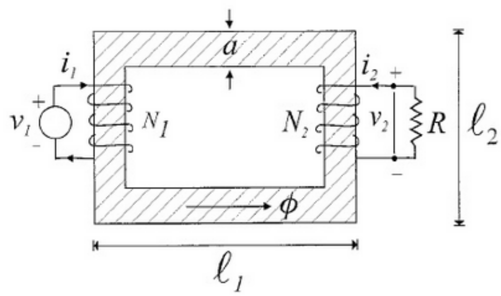
V Circuito R, L, C.

Cargamos un condensador con carga Q, y en $t = 0$ cerramos un circuito R, L, C en serie, sin generador.

- (4pt) Obtenga la intensidad de corriente $I(t)$, y destaque su frecuencia natural.
- (2pt) Demuestre que la energía total disipada en la resistencia en $t \to \infty$ es $\frac{Q^2}{2C}$.

VI Transformador.

Considere el transformador ilustrado en la figura. La sección transversal es cuadrada y los parámetros del transformador son $l = 10$ cm, $d = 7$ cm, $a = 3$ cm, $N_1 = 3000$, $N_2 = 100$, y $\kappa_m = 3000$.



1. (3pt) Desprecie las fugas de flujo magnético y determine las autoinductancias L_1 y L_2. Determine i_1 para el caso en que $i_2 = 0$ y la densidad de flujo en el núcleo tienen una magnitud de 0,3 Weber/m^2.
2. (3pt) El secundario se conecta a una resistencia de 1 ohm y se aplica una tensión sinusoidal $v_1 = V_m \sin(400t)$ al primario del transformador. Suponga que la densida de flujo magnético máximo en el núcleo del transformador es 0,3 Weber/m^2, determine V_m, i_1, e i_2.

VII Solenoide con núcleo conductor.

1. (2pt) Considere un elemento de volumen $d\mathcal{V}$ sometido a un campo electromagnético $(\vec{E}, \vec{B})$. Muestre que la potencia que ejerce este campo sobre las cargas libres en $d\mathcal{V}$ es $dP = d\mathcal{V}\vec{j}.\vec{E}$, donde $\vec{j}$ es la densidad de corriente.
2. Se tiene una bobina cilíndrica con N vueltas, de radio a y largo h, por la cual circula una corriente $I(t) = I_\circ \sin(\omega(t))$. El cilindro tiene un núcleo compuesto de un material que tiene permeabilidad magnética relativa μ, y constante dieléctrica relativa ϵ. Además, este núcleo es conductor, con conductividad σ.

   a) (2pt) Calcule la corriente inducida debida a la conductividad finita del núcleo, en función de t.

b) (`1pt`) Calcule la potencia disipada en el núcleo, en función de t.

c) (`1pt`) Calcule el promedio temporal de la potencia perdida en calor debido a la conductividad finita.

d) (`0.5pt+`) En el caso de núcleos ferromagnéticos, ¿Qué otra fuente de pérdidas conoce?

VIII Circuito LC

Consideramos un circuito compuesto por un inductor L montado en serie con un condensador de capacidad C. Cerramos el circuito en $t = 0$, cuando la carga en el condensador es Q. Dé una expresión para la intensidad de corriente en el circuito, $I(t)$, y comente.

IX Energía magnética en un resorte

Consideramos un resorte con N vueltas, de constante elástica κ, largo natural $l_\circ$, y hecho de un alambre conductor con resistencia R. Estudie la pregunta, ¿Cuánto se alarga el resorte si aplicamos una diferencia de potencial V constante a sus extremos?.

X Solenoide sometido a corriente alterna

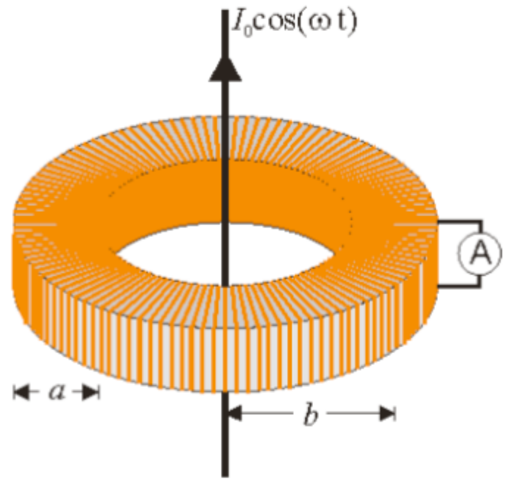
Por un solenoide cilíndrico ideal de radio a, altura h y N vueltas circula una corriente $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$. El núcleo de la bobina tiene permeabilidad μ y conductividad σ.

1. (`2.0 pt`) Usando la Ley de Ampère[1], calcule el flujo del campo magnético a través de un círculo de radio $r < a$, concéntrico al eje de la bobina y perpendicular a él. Además encuentre la *fem* inducida en el círculo.
2. (`2.0 pt`) Obtenga el campo eléctrico $\vec{E}(\vec{r}, t)$ inducido en el interior de la bobina y calcule la corriente de conducción que circula por el núcleo. Desprecie efectos magnéticos de esta corriente.
3. (`2.0 pt`) Calcule las densidades de corrientes $\vec{J_M}$ y $\vec{K_M}$ que aparecen en el núcleo dado que aparece una magnetización $\vec{M}$. Desprecie los efectos de borde de la bobina.

XI Amperímetro de conducción

[1] Notar que al usar la Ley de Ampère, despreciamos la radiación de energía y la corriente de desplazamiento

Un amperímetro de inducción consiste en un solenoide toroidal (de resistencia despreciable y autoinducción L), que se sitúa en torno a la corriente que se pretende medir (ver Figura). Suponga un toroide de radio medio b y sección cuadrada pequeña de lado a ($a \ll b$), con N espiras arrolladas sobre un núcleo de permeabilidad μ.



1. (`2 pt`) Calcule el coeficiente de autoinducción de este solenoide, cuando por este circula una corriente I.
2. (`2 pt`) El solenoide anterior se coloca concéntricamente con un hilo rectilíneo por el cual circula una corriente $I_\circ \cos(\omega t)$. Calcule el coeficiente de inducción mútua y la fuerza electromotriz que el hilo induce en el solenoide.
3. (`2 pt`) Despreciando la resistencia del solenoide (pero no su autoinducción), hállese la amplitud de la corriente que circula por el solenoide, y concluya sobre el uso del amperímetro.
4. (`+1 pt`) Demuestre que la inductancia mutua obtenida en Punto 2 no cambia si el alambre no es paralelo al eje del toroide, siempre que pase por el interior del toroide, y en el caso ideal que el material que compone el núcleo del solenoide es lineal (i.e. $\mu = \text{Cte}$). *Ayuda: recuerde que todo circuito con sentido físico es cerrado* .

XII Grabado en soporte magnético.

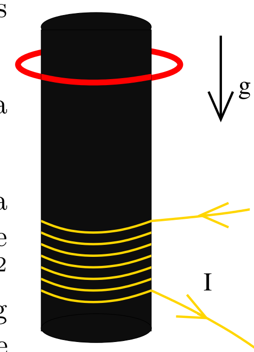
Considere un modelo de cabezal de grabación compuesto por un solenoide de N vueltas enrolladas sobre un largo h, con resistencia R y núcleo ferromagnético de permitividad relativa μ_1 y sección A. Una cinta de medio ferromagnético con permitividad relativa μ_2 pasa por la punta del solenoide con velocidad v constante.

1. (`2.0 pt`) Inicialmente la magnetización de la cinta es nula, y aplicamos una corriente alterna $I = I_\circ \sin(2\pi\nu t)$ con $\nu = 10^3$ Hz al solenoide. Dé una expresión para $M(x)$, donde x es una coordenada a lo largo de la cinta (desprecie efectos de borde, pero justifique sus estimaciones).
2. (`2.0 pt`) Explique cualitativamente como se lee la cinta, y por qué sirve de sistema de grabación análoga para cualquier señal $I(t)$.

3. (`2.0 pt`) Cuantifique aproximadamente (sin calculadora) la amplitud del voltaje en los bornes del solenoide durante la lectura, si $N = 100$, $\mu_1 = 1000$, $\mu_2 = \mu_1$, $v = 1$ cm s^{-1}, $h = 1$ cm, $A = 1E-6$ m^{-2}, $I_\circ = 1E-3$ A.

XIII Anillo volador de Young

Disponemos un solenoide con núcleo de hierro tal que el eje del cilindro sea vertical, y lo hacemos pasar por un anillo de cobre (ver Figura). Aplicamos corriente alterna por el solenoide, con una frecuencia de 50 Hz.



1. (`2.5pt`) Describa cualitativamente el fenómeno que espera observar, si la intensidad es arbitrariamente alta.

2. (`3.5pt`) ¿Cuál debe ser la amplitud de la intensidad de corriente para levantar el anillo? Suponga que desde la punta del núcleo de hierro, donde se encuentra el anillo de cobre, el campo magnético decrece como $1/z^2$ (justifique para puntos extras). El anillo de cobre tiene una masa de 100 g y una resistencia de 0,1 ω. El núcleo de hierro tiene $\mu \sim 1000$, 10 cm de largo, y diametro de 4cm, y el solenoide tiene 1000 vueltas. (ayuda: recuerde la fem inducida en el anillo, y la energía del dipolo magnético).

XIV
Campo electromagnético en la vecindad de líneas de transmisión eléctricas de muy alta potencia

En este problema estudiaremos el campo electromagnético en la vecindad de una linea de transmisión eléctrica de muy alta potencia, de frecuencia $\nu = 50$ Hz, con amplitudes de voltajes $V \sim 500$ kV y corrientes $I \sim 10$ kA.

1. (`1.0pt`) Use la forma diferencial de la ley de Faraday, $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial \vec{B}/\partial t$, el vector potencial $\vec{A}$ tal que $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, y sus conocimientos de electrostática, para demostrar que $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \partial \vec{A}/\partial t$, en que ϕ es el potencial eléctrico.

2. (`2.0pt`) Consideramos un cable conductor infinito, sin densidad de carga lineal (o sea neutro), pero que lleva una intensidad de corriente alterna $I = I_\circ \sin(\omega t)$, con $\omega = 2\pi\nu$. Suponemos que el cable tiene sección nula. Orientamos el espacio en coordenadas cilíndricas $\vec{r}=(\rho,\, \theta,\, z)$, en que el eje z coincide con el cable.

   a) Dé una expresión para el potential eléctrico $\phi(\vec{r})$.
   b) Calcule el campo magnético $\vec{B}(\vec{r})$.
   c) Calcule el potencial vector $\vec{A}(\vec{r})$.

d) Demuestre que el campo eléctrico $\vec{E} = \mu_\circ I\omega \cos(\omega t)\ln(\rho)/(2\pi)\hat{z}$. Comente acerca del comportamiento de $\vec{E}$ al alejarse del cable, o sea en infinito.

3. (`3.0pt`) En una configuración con sentido físico la corriente alterna I se devuelve para cerrar el circuito del tendido eléctrico. Consideramos una linea de transmisión simple con sólo dos cables, separados por una distancia $h = 4$ m, como se indica en la Fig. 1. Orientamos el espacio con coordenas cilíndricas $\vec{r} = (\rho, \theta, z)$, en que el eje z coincide con la recta mediadora entre los dos cables, y en que $\theta = 0$ en el plano de los cables.

   a) Dé una expresión para el campo eléctrico $\vec{E}$ en un punto $P(\vec{r})$ cualquiera, en función de las alturas d_1 y d_2 de P a los dos cables.

   b) Muestre que en el límite $\rho \gg h$, $\vec{E} \to -\mu_\circ I\nu \cos(2\pi\nu t) h \cos(\theta)/\rho\ \hat{z}$. Comente.

   c) Grafique aproximadamente E_z en $t = 0$, en función de ρ, y en el plano de los cables - para puntos en la linea definida por la altura de P a los dos cables (o sea con $\theta = 0$). ¿Cuál es el campo eléctrico a una distancia de 1 m de uno de los dos cables? ¿Qué aplicaciones eléctricas conoce que funcionarían con campos de esa intensidad?

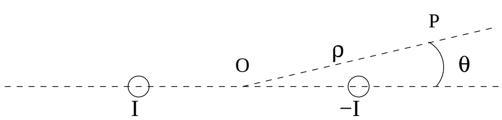


Fig. 1: coordenadas en un plano perpendicular a los cables.

XV Ondas electromagnéticas.

1. Transporte de energía electromagnética

   a) (`1.5pt`) Obtenga la ecuación de ondas partiendo de las ecuaciones de Maxwell, y deduzca la velocidad de propagación c en un medio con constantes ϵ y μ.

   b) (`1.5pt`) Relacione $\vec{E}$ con $\vec{B}$ para el caso de una onda viajera, propagándose en dirección $\hat{x}$ (use polarización lineal para simplificar).

   c) (`1.5pt`) La ecuación de continuidad para la densidad de energía electromagnética es

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{S} = -\vec{j}_l \cdot \vec{E}, \tag{1}$$

   en que $u = \frac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{D} + \frac{1}{2}\vec{H} \cdot \vec{B}$, y $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$, y con $\vec{j}_l = \sigma\vec{E}$. Integrando en un volumen finito dé una interpretación física para cada uno de los términos de la ecuación Eq. 2.

   d) (`1.5pt`) Relacione $\vec{S}$ con u para el caso de una onda viajera.

2. Generalidades en ondas planas monocromáticas (OPMs).

   Lejos de su fuente de emisión, una señal electromagnética arbitraria se puede descomponer como una suma contínua de OPMs. Recordamos primero resultados generales sobre las OPMs.

a) `(1.0pt)` Escriba una expresión general para el campo $\vec{E}$ de una OPM, en notación compleja, que viaje en dirección $\hat{z}$ y con número de onda k y frecuencia angular ω. Verifique que satisface la ecuación de ondas.

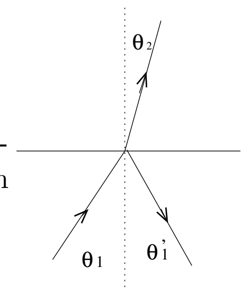
b) `(1.0pt)` Siguiendo con la notación anterior, dé ejemplos de OPMs con polarización lineal y circular.

c) `(1.0pt)` Demuestre que para una onda plana monocromática $\vec{B} = \vec{k} \times \vec{E}/c$, en que $k = 2\pi/\lambda$ es el número de onda.

d) `(1.5pt)` Relacione el vector de Poynting de una OPM con la densidad de energía electromagnética, e interprete su significado físico.

3. <u>Transmisión de ondas electromagnéticas en dieléctricos.</u>

En este problema consideramos la transmisión de una onda electromagnética en la interfaz (en el plano $z = 0$) entre dos medios con constantes diélectricas distintas ϵ_1 y ϵ_2, como se indica en la figura.



a) `(1.0pt)` Una onda plana monocromática incide en la interfaz entre dos dieléctricos. Distinguimos la onda incidente, con vector de onda $\vec{k_1}$ de la ondas reflejada, $\vec{k_1}'$, y transmitida, $\vec{k_2}$. Demuestre, a partir de las ecuaciones de Maxwell, que las condiciones de continuidad en la interfaz, en ausencia de cargas y corrientes libres, son $E_\parallel$ y $B_\perp$ continuos.

b) `(1.0pt)` Escriba las condiciones de continuidad para el caso en que la onda incidente es una onda plana monocromática (ayuda: si $\hat{n}$ es la normal a la interfaz, las componentes perpendiculares y paralelas estan dadas por $\hat{n}\cdot$ y $\hat{n}\times$, respectivamente).

c) `(1.0pt)` Exiga que se cumplan las condiciones de continuidad en todo los puntos de la interfaz para deducir las leyes de Snell: $n_1 \operatorname{sen}(\theta_1) = n_e \operatorname{sen}(\theta_2)$. Identifique n_1 y n_2.

d) `(1.0pt)` Calcule las amplitudes $\vec{E}_2$ y $\vec{E}_1'$ para los casos en que $\vec{E}_1$ es paralelo y perpendicular a $z = 0$.

e) `(1.0pt)` Muestre que existe un ángulo θ_1^B, llamado 'ángulo de Brewster', tal que $\tan\theta_1^B = n_2/n_1$, para el cual la amplitud E_1' se anula en el caso $\vec{E}_1$ paralelo a $z = 0$.

f) `(1.0pt)` Justifique que una onda plana monocromática, de polarización elíptica arbitraria, se puede descomponer como la suma vectorial de dos ondas polarizadas linealmente. Si hacemos incidar luz natural sobre la interfaz, con $\theta_1 = \theta_1^B$, ¿Cuál será la el modo de polarización de la onda reflejada?.

XVI <u>Transmisión electromagnética a través de un conductor</u>

En este problema estudiamos la transmisión de ondas electromagnéticas planas y monocromáticas incidiendo normalmente sobre una placa neutra con conductividad σ (o sea $\vec{j}_l = \sigma\vec{E}$), y coincidente con el plano $(\hat{x}, \hat{y})$.

La ecuación de continuidad para la densidad de energía electromagnética es

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{S} = -\vec{j}_l \cdot \vec{E}, \tag{2}$$

en que $u = \frac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{D} + \frac{1}{2}\vec{H} \cdot \vec{B}$, y $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$.

1. (`1.5pt`) Integrando en un volumen finito dé una interpretación física para cada uno de los términos de la ecuación Eq. 2.
2. (`1.5pt`) Muestre, a partir de las ecuaciones de Maxwell, que la ecuación que describe la propagación de ondas en el medio conductor es
$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \sigma \mu \mu_\circ \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0,$$
con $c = 1/\sqrt{\epsilon_\circ \mu_\circ}$.
3. (`3.0pt`) Consideramos una onda incidente con frecuencia ω, del tipo $\vec{E} = \hat{x}E_\circ \exp(i[kz - wt])$, con $E_\circ$ real.
   a) Demuestre que la relación de dispersión en el conductor, es decir la relación entre ω y k, es
   $$k^2 = \epsilon\epsilon_\circ \mu\mu_\circ \omega^2 [1 + i\frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_\circ \omega}].$$
   b) Calcule $\vec{B}$ en el conductor
   c) Calcule el promedio temporal del flujo de energía como función de z. Interprete.

XVII Ondas esféricas.

Supongamos una antena especial que emite ondas electromagnéticas en forma isotrópica, o sea, que las magnitudes de los campos eléctricos y magnéticos no varían con la orientación y solo dependen de la distancia r a la antena (simetría esférica).

Elija un sistema de coordenadas esféricas cuyo origen coincide con la posición de la antena y cuyo eje polar está orientado de tal manera que el campo eléctrico de la onda electromagnética emitida por la antena tenga solamente una componente en la dirección θ, o sea, $E_\theta \neq 0$, $E_r = 0$, $E_\phi = 0$.

1. (`2 pt`) Demuestre que una solución particular de la ecuación de onda en coordenadas esféricas es:
$$E_\theta(r) = \frac{E_\circ}{r} \exp\left[i(\omega t - kr)\right].$$
2. (`3 pt`) Calcule el campo magnético B para la onda del Punto 1 y también el vector de Poynting.
3. (`1 pt`) Para la onda de la pregunta a) determine la longitud de onda, la frecuencia y la velocidad de propagación.

Nota: se pide expresar todas sus repuestas en función de los datos ω, k, y $E_\circ$.