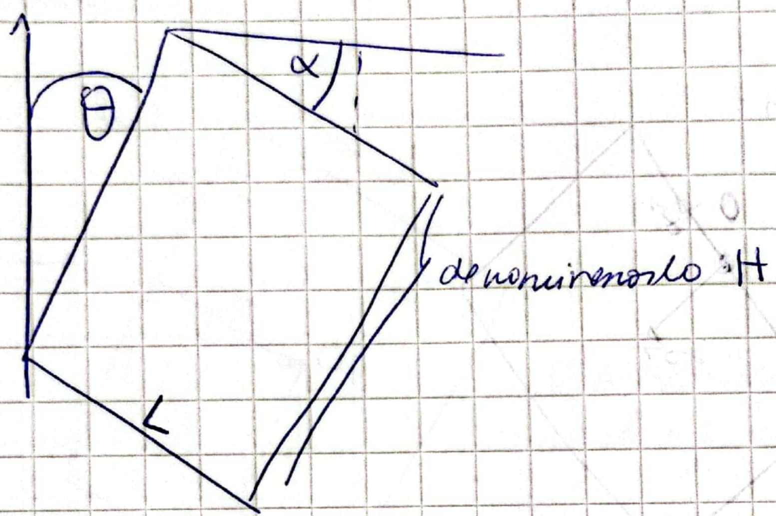
Paute Aux 15



lo que queremos es obtener θ, usando $L = 1m$

$\alpha = 90$

$t = 2 seg$

Para ello utilizamos energía:

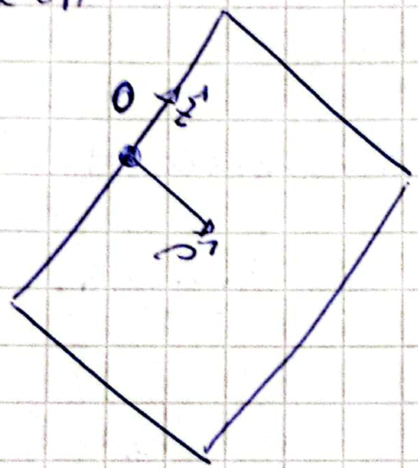
$$\underline{E_{puerta\,cerrada}} = E_{puerta\,abierta}$$

$$= 0 \quad = \frac{1}{2} I \dot{\phi}^2 + mg\, h_{CM}$$

velocidad angular del cierre! $= -\dot{\alpha}$ (crecen en dirección contraria)

Primero obtengamos I

Fijamos el eje en:



$$I = \int r^2 dm = \int \rho^2 dm$$

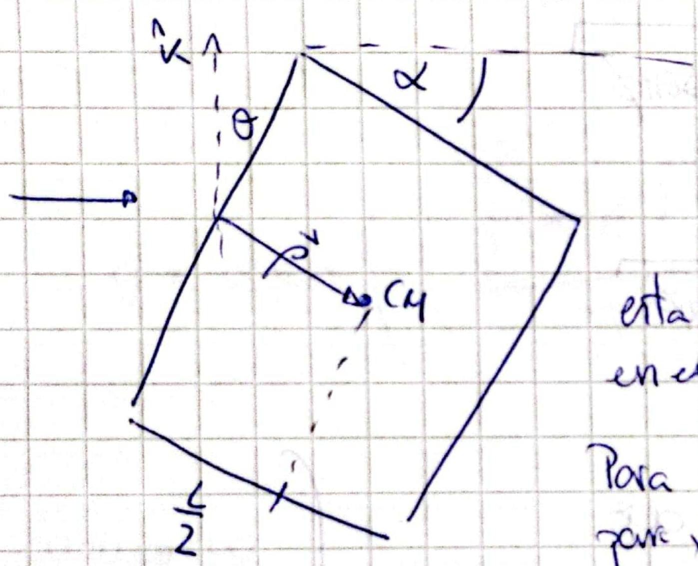
densidad

$$y \quad dm = \sigma \, dS = \sigma \, d\rho \, dz$$

$$\rightarrow \quad I = \int_{-H/2}^{H/2} \int_0^L \sigma \rho^2 \, d\rho \, dz = H\sigma \frac{L^3}{3}$$

pero $\sigma = \dfrac{M}{LH}$ $\longrightarrow$ $\boxed{I = \dfrac{1}{3} M L^2}$

Lo que nos falta ahora es la altura h_{CM} cuando está abierta



esta altura, hay que proyectarla en el eje $\hat{k}$

Para ello primero proyectamos para que queden en el mismo plano:

$$\vec{\rho}_{CM} \cdot \hat{\phi} = \frac{L}{2} \operatorname{sen}\phi$$

y luego en $\hat{k}$

$$\rightarrow \boxed{h_{CM} = \frac{L}{2} \operatorname{sen}\phi \operatorname{sen}\theta}$$

Luego la ecuación nos queda

$$0 = \frac{1}{2} \frac{ML^2}{3} \dot{\phi}^2 + \frac{L}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi$$

Despejamos $\dot{\phi}$

$$\dot{\phi} = \sqrt{-\frac{3g}{L} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \sqrt{\frac{3g}{L} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi}$$

$$d\phi \left(\frac{3g}{L} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi\right)^{-1/2} = dt$$

$$\int_{-\pi/2}^{0} d\phi \left(\frac{3g}{L} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi\right)^{-1/2} = \int_{0}^{T} dt$$

?

$\boxed{\phi = -\alpha}$!

$$\left(\frac{3g}{L} \operatorname{sen}\theta\right)^{-1/2} \int_{-\pi/2}^{0} (\operatorname{sen}\phi)^{-1/2} d\phi = T$$

Escaneado con CamScanner

$$\operatorname{sen}\theta = \left(\frac{\int_{-\pi/2}^{0} (\operatorname{sen}\phi)^{-1/2}\, d\phi}{T}\right)^2 \frac{L}{3g}$$

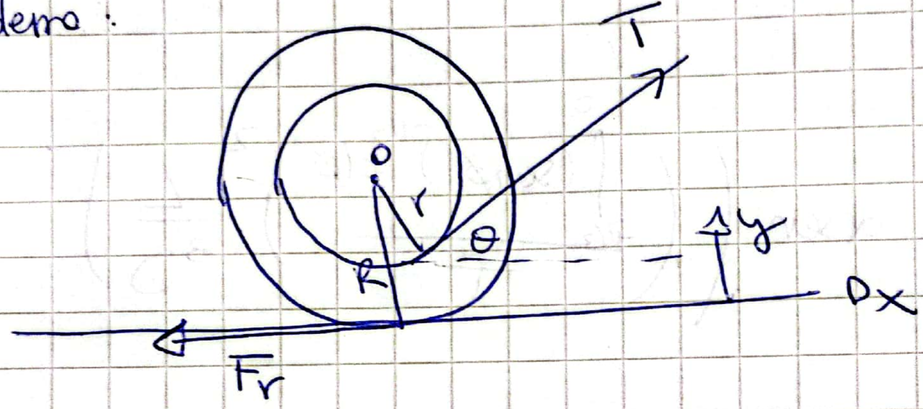
$$\theta = \operatorname{arcsen}\left(\left(\frac{\int_{-\pi/2}^{0} (\operatorname{sen}\phi)^{-1/2}\, d\phi}{T}\right)^2 \frac{L}{3g}\right)$$

evaluamos

$$\boxed{\theta = 3{,}2^{\circ}}$$

P2)

El problema:



¿Qué buscamos? $\theta_{crítico}$

Escribamos la ecuación de mov:

$$M\vec{a}_{CM} = \vec{F}_r + \vec{T}$$

Solo interesa el eje x

$$\longrightarrow \boxed{M\ddot{X}_{CM} = -F_r + T\cos\theta} \quad \star$$

Busquemos más ecuaciones para resolver el problema:

Torque!

$$I_{CM}\,\alpha = \sum \tau = \underbrace{\vec{r}\times\vec{T}}_{\perp} + \underbrace{\vec{R}\times\vec{F}_R}_{\perp}$$

$$= I_{CM}\,\alpha = rT - RF_r$$

Despejamos F_r

$$F_r = \frac{rT - I_{CM}\,\alpha}{R}$$

Luego nos queda:

$$M\ddot{X}_{CM} = T\cos\theta - \frac{rT - I_{CM}\,\alpha}{R}$$

notemos que $\underline{R\alpha = X}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\alpha = \frac{\ddot{X}_{CM}}{R}}$

rueda sin deslizar!

Luego:

$$\underbrace{\left(M - \frac{I_{CM}}{R^2}\right)}_{>0} \ddot{x}_{CM} = T\left(\cos\theta - r/R\right)$$

Como se va a la izquierda $\ddot{x} < 0$

$\longrightarrow \cos\theta < r/R$

derecha $\ddot{x} > 0$

$\longrightarrow \cos\theta > r/R$

¿θ crítico? $\rightarrow \ddot{x} = 0$

$\Rightarrow \cos\theta = r/R$

$$\boxed{\theta = \arccos(r/R)}$$