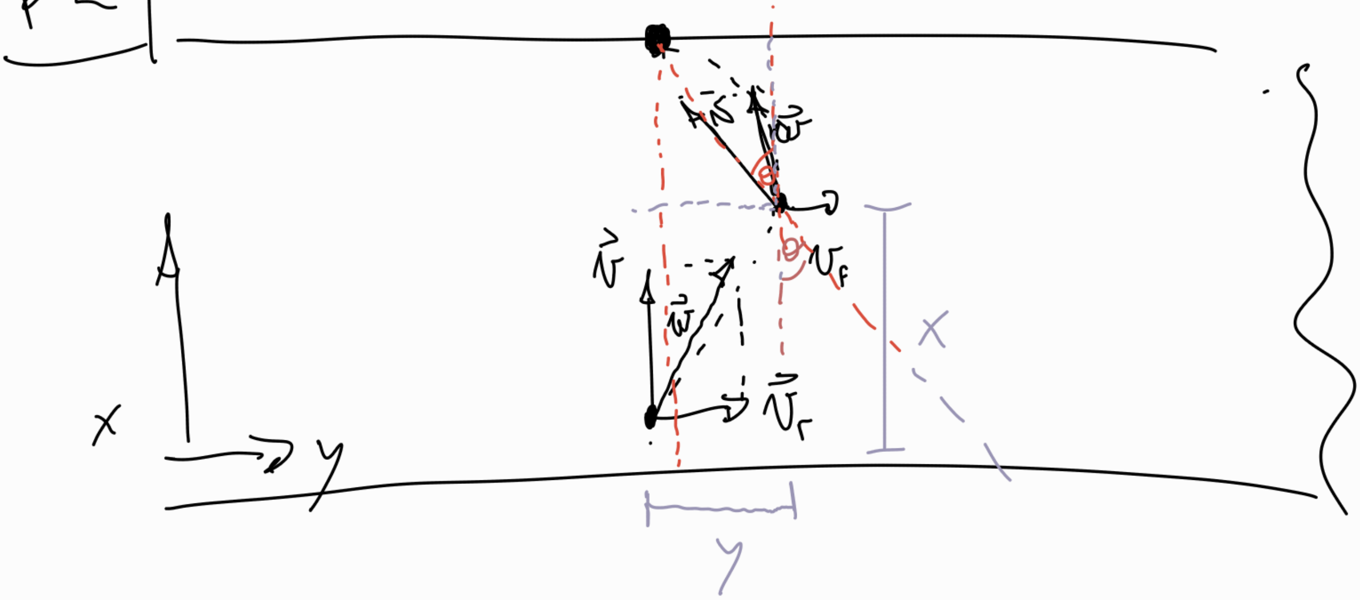
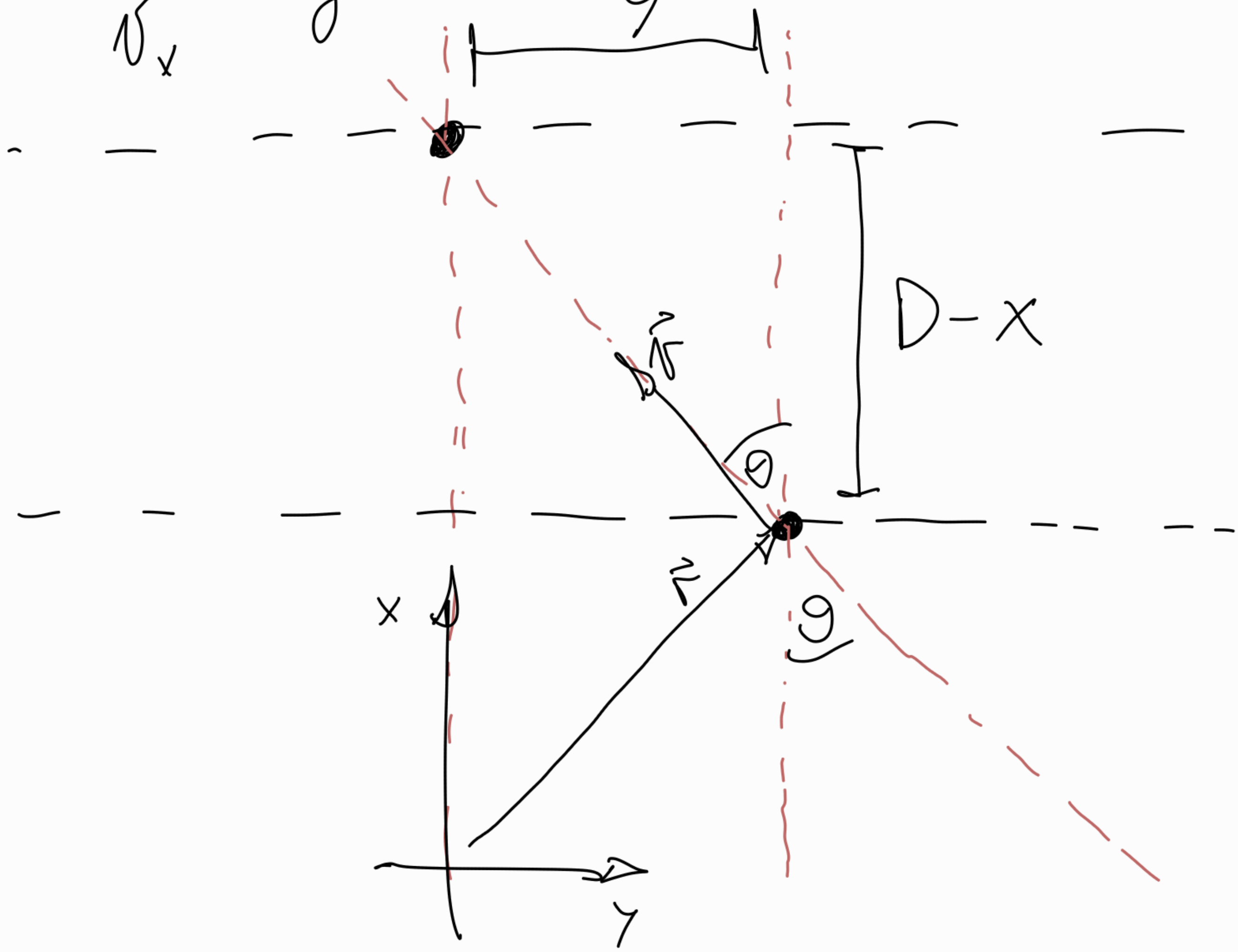
P2



$$\frac{v_y}{v_x} = tg\,\theta = \frac{y}{D-x} \qquad (1)$$



$$|\vec{v}| = v_x^2 + v_y^2 \qquad (2)$$

$$(1)^2 \Leftrightarrow \frac{v_y^2}{v_x^2} = \frac{y^2}{(D-x)^2} \quad / +1$$

$$\frac{v_y^2 + v_x^2}{v_x^2} = \frac{y^2 + (D-x)^2}{(D-x)^2}$$

$$\Rightarrow \quad v_x = |v| \cdot \frac{(D-x)}{\sqrt{y^2+(D-x)^2}}$$

$$\frac{v_x^2}{v_y^2} = \frac{(D-x)^2}{y^2} \quad / +1$$

$$\frac{v_x^2 + v_y^2}{v_y^2} = \frac{(D-x)^2 + y^2}{y^2}$$

$$\Rightarrow \quad v_y = |v| \cdot \frac{y}{\sqrt{(D-x)^2 + y^2}}$$

$$\vec{w} = \vec{v} + \vec{v}_r$$

$$\vec{w} = \hat{x}\, |\vec{v}| \frac{D-x}{\sqrt{y^2+(D-x^2)}} + \hat{y}\left(|\vec{v}| \frac{y}{\sqrt{(D-x)^2+y^2}} + v_r \right)$$

$$\vec{w} = \underbrace{\frac{\hat{x}\, |\vec{v}|(D-x)}{\sqrt{y^2+(D-x^2)}}}_{\frac{dx}{dt}} + \hat{y} \underbrace{\left(\frac{|\vec{v}|\, y + v_r \sqrt{(D-x)^2+y^2}}{\sqrt{(D-x)^2+y^2}} \right)}_{\frac{dy}{dt}}$$

$$\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{dy}{dx} \cdot \cancel{\frac{dx}{dt}}}{\cancel{\frac{dx}{dt}}} = \frac{dy}{dx} = \frac{|\vec{v}|\, y + v_r \sqrt{(D-x)^2+y^2}}{|\vec{v}|\,(D-x)}$$

$$\Rightarrow |\vec{v}|\,(D-x)\, dy = |\vec{v}|\, y\, dx + v_r \sqrt{(D-x^2)+y^2}\, dx$$

$$|\vec{v}|\left[(D-x)dy + y\,d(D-x)\right] = -v_r\sqrt{(D-x)^2+y^2}\,d(b-x)$$

$$\div (D-x)^2$$

$$|\vec{v}|\left[\frac{dy}{(D-x)} + \frac{y}{(D-x)^2}d(D-x)\right] = -\frac{v_r}{(D-x)^2}\sqrt{(D-x)^2\left(1+\frac{y^2}{(D-x)^2}\right)}\,d(\ )$$

$$|\vec{v}|\,d\frac{y}{D-x} = -v_r\sqrt{1+\frac{y^2}{(D-x)^2}}\,d\ln(D-x)$$

$$|\vec{v}|\frac{d\frac{y}{D-x}}{\sqrt{1+\left(\frac{y}{D-x}\right)^2}} = -v_r\,d\log(D-x)$$

$$|\vec{v}|\,d\operatorname{arcsinh}\left(\frac{y}{D-x}\right) = -v_r\,d\log(D-x) \Big/ \int$$

$$|\vec{v}|\operatorname{arcsinh}\left(\frac{y}{D-x}\right) + |v_r|\log(D-x) = Cv$$

$$\operatorname{arcsinh}\left(\frac{y}{D-x}\right) = C - \frac{v_r}{v}\log(D-x)$$

$$\frac{y}{D-x} = \sinh\left(C - \frac{v_r}{v}\log(D-x)\right)$$

$$y = (D-x)\sinh\left(C - \frac{v_r}{v}\log(D-x)\right)$$

Si $x = 0 \Rightarrow y = 0 = D\sinh\left(C - \frac{v_r}{v}\log D\right)$

$$\Rightarrow C - \frac{v_r}{v}\log D = 0$$

$$C = \frac{v_r}{v}\log D$$

$$y = (D-x)\sinh\left(\frac{v_r}{v}\left[\log D - \log(D-x)\right]\right)$$

$$y = (D-x)\sinh\left[\frac{v_r}{v}\log\left(\frac{D}{D-x}\right)\right]$$

$$y = (D-x)\sinh\left[\log\left(\left(\frac{D}{D-x}\right)^{\frac{v_r}{v}}\right)\right]$$

$$\sinh x = \frac{e^{x} - e^{-x}}{2}$$

$$y = \frac{(D-x)}{2}\left[\left(\frac{D}{D-x}\right)^{\frac{v_r}{v}} - \left(\frac{D-x}{D}\right)^{\frac{v_r}{v}}\right] //$$

¿tiempo que tarda en cruzar?

La velocidad relativa del agua se acerca cada vez más a la del bote, por tanto el tiempo aumenta cada vez más.

$$T = \int_0^D \frac{dx}{v_x} = \frac{1}{v}\int_0^D \frac{\sqrt{(D-x)^2+y^2}}{D-x}\,dx$$

$$= \frac{1}{v}\int_0^D \sqrt{1+\left(\frac{y}{D-x}\right)^2}\,dx = \frac{1}{v}\int_0^D dx\sqrt{1+\frac{1}{4}\left[\left(\frac{D}{D-x}\right)^{\frac{v_r}{v}} - \left(\frac{D-x}{D}\right)^{\frac{v_r}{v}}\right]^2}$$

$$= \frac{1}{2v}\int_0^D \left[\right.$$

$$1 + \frac{1}{4}\left(\frac{b}{b-x}\right)^{2\frac{v_r}{v}} - \frac{2}{4}\cancelto{1}{\left(\frac{b}{b-x}\right)^{\frac{v_r}{v}}\left(\frac{b-x}{b}\right)^{\frac{v_r}{v}}} + \frac{1}{4}\left(\frac{b-x}{b}\right)^{2\frac{v_r}{v}}$$

$$1 + \frac{1}{4}\left(\frac{b}{b-x}\right)^{2\frac{v_r}{v}} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\left(\frac{b-x}{b}\right)^{2\frac{v_r}{v}}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\left[\left(\frac{b}{b-x}\right)^{2\frac{v_r}{v}} + \left(\frac{b-x}{b}\right)^{2\frac{v_r}{v}}\right]$$

$$\frac{1}{4}\left[\left(\frac{b}{b-x}\right)^{2\frac{v_r}{v}} + 2 + \left(\frac{b-x}{b}\right)^{2\frac{v_r}{v}}\right]$$

$$\frac{1}{4}\left[\left(\frac{D}{D-x}\right)^{\frac{v_r}{v}}+\left(\frac{D-x}{D}\right)^{\frac{v_r}{v}}\right]^2$$

lo pongo en la integral $\Rightarrow$

$$T=\frac{1}{2v}\int_0^D\left(\frac{D}{D-x}\right)^{\frac{v_r}{v}}+\left(\frac{D-x}{D}\right)^{\frac{v_r}{v}}dx$$

$$T=\frac{1}{2v}\left[D^{\frac{v_r}{v}}\cdot\frac{(D-x)^{1-\frac{v_r}{v}}}{1-\frac{v_r}{v}}+\frac{1}{D^{\frac{v_r}{v}}}\cdot\frac{(D-x)^{\frac{v_r}{v}+1}}{1+\frac{v_r}{v}}\right]\Bigg|_0^D$$

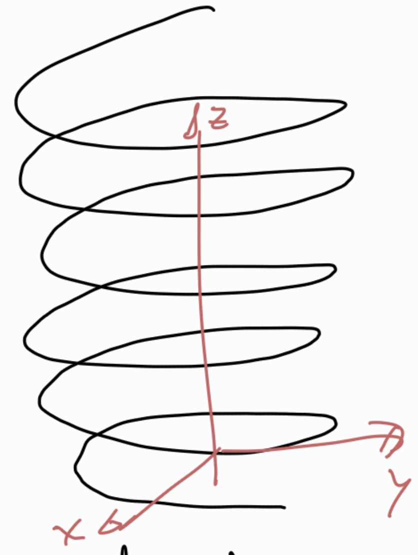
$$T=\frac{1}{2v}\left[\frac{D^{\frac{v_r}{v}}\cdot D^{1-\frac{v_r}{v}}}{1-\frac{v_r}{v}}+\frac{1}{D^{\frac{v_r}{v}}}\cdot\frac{D^{\frac{v_r}{v}+1}}{1+\frac{v_r}{v}}\right]$$

$$T=\frac{1}{2v}\left[\frac{D}{1-\frac{v_r}{v}}+\frac{D}{1+\frac{v_r}{v}}\right]=\frac{D}{v}\frac{1}{1-\left(\frac{v_r}{v}\right)^2}$$ //

Si $v_r=0\Rightarrow T=\frac{D}{v}$ lo esperable para mov. rectilineo

Si $v_r\longrightarrow v\Rightarrow T\longrightarrow\infty$ tambien esperable

P3)



Queremos el vector tangente de una curva helicoidal ¿como lo obtengo? podría parametrizar la curva de forma matemática pero pensemos de forma física. Sabemos que el vector velocidad en una trayectoria cumple:

$$\vec{v} = |\vec{v}|\,\hat{t} \quad ; \text{ con } \hat{t} \text{ el vector tangente.}$$

$$\hat{t} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

entonces si logramos describir el mov. de una partícula en esta trayectoria obtendremos el vector.

De lo que saben de primer año podemos sacar varias cosas. El mov. lo podemos descomponer en 2 partes:

1: MRU en el eje $\hat{z}$
2: MCU en el plano XY

$\}$ sin complicar de manera innecesaria...

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

$$z = z_0 + v_z t$$

$$x = r\cos(\theta_0 + wt)$$
$$y = r\sin(\theta_0 + wt)$$

$\}$ pensando que existe una rapidez de rotación uniforme.

0 para simplificar cálculos

$$\Rightarrow \vec{r} = r\cos(\cancel{\theta_0} + wt)\hat{x} + r\sin(wt)\hat{j} + (z_0 + v_z t)\hat{k}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} = -rw\sin(wt)\hat{x} + rw\cos(wt)\hat{j} + v_z\hat{k}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{r^2w^2\sin^2(wt) + r^2w^2\cos^2(wt) + v_z^2}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(\underbrace{rw}_{\text{rapidez tangencial}})^2 + v_z^2}$$

$$\therefore \hat{t} = \frac{1}{\sqrt{(rw)^2 + v_z^2}}\left(-rw\sin wt\,\hat{x} + rw\cos wt\,\hat{j} + v_z\hat{k}\right)$$

P11 resolver la ec. vectorial

$$\vec{a}\times\vec{r}=\vec{b} \; ; \text{ sujeto a } \vec{a}\cdot\vec{r}=\phi$$

con $\vec{a}$ y $\vec{b}$ vectores conocidos

$$\vec{a}\times\vec{r}=\vec{b} \;\; /\times\vec{a} \Rightarrow \vec{a}\times\vec{r}\times\vec{a}=\vec{b}\times\vec{a}$$

$$\vec{a}\times\vec{b}\times\vec{c}=(\vec{a}\cdot\vec{c})\vec{b}-(\vec{b}\cdot\vec{c})\vec{a}$$

$$a^2\vec{r}-(\vec{r}\cdot\vec{a})\vec{a}=\vec{b}\times\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow a^2\vec{r}-\phi\vec{a}=\vec{b}\times\vec{a} \Leftrightarrow a^2\vec{r}=\vec{b}\times\vec{a}+\phi\vec{a}$$

$$\vec{r}=\frac{\vec{b}\times\vec{a}+\phi\vec{a}}{a^2}$$

//